

TOMRUKLARIN RASYONEL BİR ŞEKİLDE SÜRÜTÜLMESİ

Yazan : Doç Dr. Tahsin TOKMANOĞLU

I — Yatay Bir Yol Üzerinde Tomruk Sürütme

a) Tomruğun yatay bir kuvvet tarafından çekilmesi :

Q ağırlığında bir tomruğu yatay bir yol üzerinde yol ekmesine paralel olan bir P kuvveti tatbik ederek sürütübiliriz. Tatbik edilen P kuvveti daima Q ağırlığından daha azdır. Aksi halde tomruğu kaldırıp taşımak daha az enerji harcıyarak iş yapmak demektir. Gaye daha az kuvvet ve zaman sarfı ile tomruğun taşınmasını sağlamaktır. P/Q oranı ne kadar küçük olursa enerjiden okadar istifade etmiş, dolayısıyla gayemize okadar yaklaşmış oluruz.

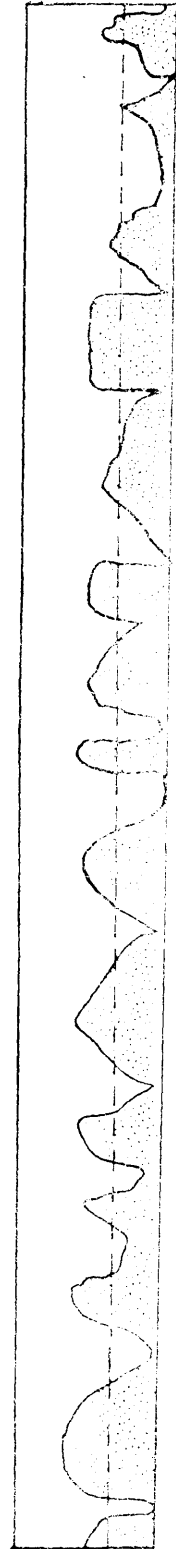
P/Q oranına sürtünme katsayısı denir ve ekseriya μ harfi ile gösterilir. Sürtünme katsayısı yolun ve tomruğun yola temas eden yüzeyinin pürüzlülüğüne bağlı olarak değişir. Yolun ve tomruğun yola temas eden yüzeyinin pürüzlülüğünü azaltmak, bir dereceye kadar mümkündür. Bu sayede sürtünme katsayısı üzerine büyük çapta etki yapılabilir.

Yolun pürüzlülüğü her noktasında aynı değildir. Tomruğun yola temas eden yüzeyi de sürütme esnasında bir miktar aşınmakta, dolayısıyla pürüzlülüğü değişmektedir. Bundan başka tomruk sürütülürken eksenini etrafında az çok dönmekte, yola temas eden yüzey değişmektedir. Tomruğun yola temas eden yüzeyinin daima aynı kalmasına, yolun her noktasının da aynı pürüzlülük derecesinde bulunmasına imkân yoktur bu sebeple sürtünme katsayısı her an değişecektir. Sukûnet halinde bulunan Q ağırlığındaki bir tomruğu hareket geçireceğimiz zaman, tatbik edeceğimiz P kuvveti ile, hareket halinde olan aynı ağırlıktaki tomruğun hareketini devam ettirmek için tatbik edeceğimiz P kuvveti farklıdır, ikincisi daha küçüktür. Bu farktan dolayı sürtünme katsayılarını (sukûnet halindeki tomruk için sürtünme katsayısı) ve (hareket halindeki tomruk için sürtünme katsayısı) olarak iki gruba ayırmak mümkündür.

Yukardaki açıklamalara göre Q ağırlığındaki bir tomruğu sürütmek için, tatbik edilecek P kuvveti, sürtünmenin her anında farklı olacaktır. Bu fark kar üzerinde yapılan bir sürütmeye dahi görülür. 1 No. lu şekilde bu fark bariz olarak görülmektedir. Kar üzerinde kabuklu bir göknar tomruğu sürüklenmiş, çekici kuvvet ile tomruk arasına bir yazıcı dinamometre takılmıştır. 1 No. lu şekilde dinamometrenin kaydettiği değerler görülmektedir. Şekilde yatay eksen zamanı, düşey eksen tomruğu sürüklemek için tatbik edilen çekici kuvvetin değerini göstermektedir. Yatay eksenle eğri arasındaki alan planimetre ile ölçülüp yatay eksenin uzunluğuna bölünmek suretiyle, tatbik edilen P kuvvetinin ortalama değeri bulunur, şekilde kesik çizgi halinde gösterilmiştir.

Sürütmenin herhangi bir anında P değeri alınarak sürtünme kat sayısı hesaplanırsa, hatalı neticeye varılır. Bunun için sürtünme kat sayısını tayin ederken, yazıcı dinamometre kullanmak zarureti vardır. Neticede elde edilecek değerler ortalama değerlerdir. 1. No. lu şekilde tomruğu sürütme için tatbik edilen P kuvvetinin ortalama değeri bulunmuştur. Bu ortalama P kuvvetini tomruğa tatbik edersek, eğrinin noktalı çizginin altında kaldığı anlarda tomruk sürüklenebilecektir fakat eğrinin noktalı çizginin üstünde olduğu anlarda ise tomruk hareket etmeyecektir. Tomruğu sürütmek için P kuvvetinin aldığı en yüksek değeri tatbik etmek mecburiyetindeyiz.

Eğrinin en yüksek noktasından yatay eksene paralel bir doğru çizdiğimiz takdirde, bu doğru ile eğri arasındaki saha, sürütmenin her anında fazladan tatbik edilmiş çekici kuvvetin miktarını gösterir. Bu en yüksek değerden daha büyük bir kuvvet tatbik edildiği takdirde

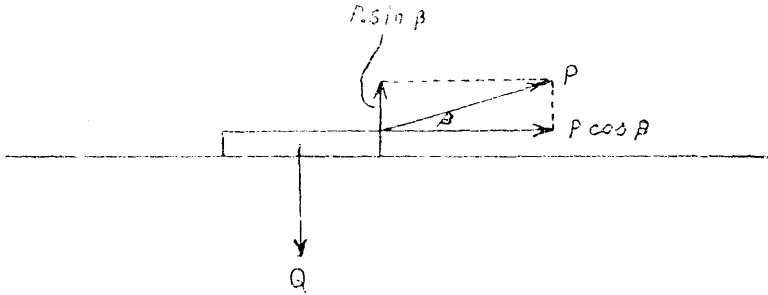


Şekil I — Kar üzerinde yapılan bir sürütmeye harcanan çekim kuvvetini gösterir grafik. Yatay eksen zamanı düşey eksen tomruğun çekilebilmesi için harcanan kuvveti göstermektedir. (Reşat Enlil tarafından yazılmış olan «Ağacın Kızakla ve Sürütme Suretiyle Naklinde Sürtünme Kat Sayılarının Tayini» isimli kitaptan alınmıştır.)

taşıma işi süratlenecekse konunun zaman bakımından analizi gerekir. Fakat ekseriya karşılaşıldığı üzere, iş süratlenmiyecekse enerji israfı yapılmış olur. Meselâ öküz ve manda ile yapılan sürütmede tomruk ne kadar hafif olursa olsun hayvanların sür'ati büyük mikyasda değişmemektedir. Bir tonluk bir tomruğu taşıyabilecek kapasitedeki bir çift mandaya 250 kiloluk bir tomruk taşıtılacak olursa, 750 kiloluk tomruk taşıma kapasitesi (enerji ve zaman) boşuna harcanmış olur.

b) Tomruğun eğik bir kuvvet tarafından çekilmesi

Sürütme işinde kullanılan çekici kuvvetlerin hemen hiç biri sürütülecek tomruğu yatay olarak çekemezler. Meselâ sürütme hayvanlara yaptırıldığı takdirde: Tomruk yerededir, bir ucu tomruğa bağlanan zincirin diğer ucu boyunduruğa bağlanmaktadır. Boyunduruk yerden yüksekte, hayvanların boynundadır. Bu sebepten 2 No. lu şekilde görüldüğü üzere yatay bir yol üzerinde bulunan Q ağırlığındaki tomruk yola paralel olarak çekilmemekde, yol eksenini β açısı yapan bir istikamette çekilmektedir.



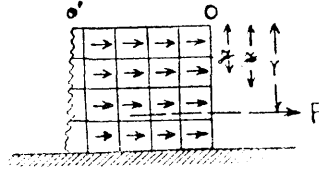
Şekil 2 — Yatay bir yol üzerinde duran Q ağırlığındaki bir tomruğun yatayla β açısı yapan P kuvveti tarafından çekilmesi, P kuvveti yatay ve dikey komponentlere ayrılmıştır.

Burada P kuvvetini biri yatay, yani yola paralel diğeri ise dikey, iki komponente ayırabiliriz. Yatay komponentin değeri $P \cos \beta$ ve dikey komponentin değeri ise $P \sin \beta$ dir. Yatay komponentin istikameti yol eksenine paraleldir ve tomruğun çekildiği istikamettir. Tatbik noktası P nin tatbik edildiği noktadır. Yatay komponent tomruğun ağırlık merkezinden veyahut bu noktanın dikeyinden geçer. Bunu aşağıdaki mülâhaza ile ispat etmek mümkündür.

Tomruğun 3 No.lu şekilde görüldüğü üzere sonsuz sayıda ve kütleleri ($m_1, m_2, m_3, m_4, \dots$) olan parçalardan meydana geldiğini farzedelim. Tomruk

$$b \quad m / \text{sm}^2$$

ivmesi ile sürükleniyorsa, tomruğu meydana getiren parçalardan her bir bu ivmeye sahiptir.



Şekil 3 — Tomruğu meydana getiren küçük kütlelerin birbirini çeken küçük kuvvetler ve bu kuvvetlerin OO' eksenine mesafeleri ile tomruğun ağırlık merkezinden geçen F kuvvetini ve bu kuvvetin OO' eksenine olan mesafesini gösteren şekil.

Bir m kütlesi b ivmesi ile hareket ediyorsa bu kütleye bu hareketi yaptıran kuvvet Newton kanununa göre $f = m \cdot b$ dir.

Tomruğu meydana getiren parçaları sürükleyen kuvvetler ($f_1 = m_1 b, f_2 = m_2 b, f_3 = m_3 b, \dots$) dir. Bütün bu kuvvetlerin toplamı tomruğu sürükliyen F kuvvetine eşittir.

F kuvveti ile tomruğun OO' doğrusu arasındaki mesafeye Y ve tomruğu meydana getiren parçaların ağırlık merkezlerinden OO' doğrusuna kadar olan mesafelere sıra ile ($y_1, y_2, y_3, y_4 \dots$) diyelim.

Tomruğu meydana getiren parçaları sürükliyen kuvvetlerin OO' doğrusuna nazaran momentleri ($f_1 y_1, f_2 y_2, f_3 y_3, \dots$) olur.

Bu momentlerin toplamı tomruğun OO' eksenine göre momenti olan $F Y$ değerine eşittir. Şu halde

$$f_1 y_1 + f_2 y_2 + f_3 y_3 + \dots = F \cdot Y \quad \text{yazılabilir.}$$

Bu denklemde f kuvvetlerinin yerine eşitleri olan ($m \cdot b$) değerleri yazılırsa denklem

$$m_1 b y_1 + m_2 b y_2 + m_3 b y_3 + \dots = M b Y$$

şeklini alır.

Bu denklem kısa bir şekilde gösterilmek istenirse

$$I \quad b \sum my + MbY \quad \text{olur.}$$

Buradan

$$II \quad Y = \frac{\sum my}{M} \quad \text{bulunur.}$$

Bu denkleme göre tomruğu meydana getiren parçaların OO' eksenine göre momentlerinin toplamı, tomruğun kütleline bölünmektedir. Parçaların OO' eksenine nazaran momentlerinin toplamı, tomruk kütleline OO' eksenine nazaran momentine eşittir.

Bir kütlenin bir doğruya nazaran alınmış momenti, o kütleye bölünürse, kütlenin ağırlık merkezi ile doğru arasındaki mesafe bulunur. Şu halde; F yatay komponenti tomruğun ağırlık merkezinden veya ağırlık merkezinin düşeyinden geçer.

Sürütmenin ilk başladığı anda F kuvveti ağırlık merkezinden veya düşeyinden geçmez, fakat sürütme başladıktan biraz sonra tomruk durumunu değiştirir. F kuvveti ağırlık merkezinden veya ağırlık merkezinin düşeyinden geçecek şekilde bir pozisyon alır ve sürütme bu şekilde devam eder.

Tomruk ağırlık bakımından 2 eşit kısma bölünmek istenirse, muhakkak ağırlık merkezinden geçen bir düzlemle kesilmelidir. Tomruğu çeken F kuvvetinden geçen düşey düzlem, tomruğu ağırlık bakımından 2 eşit kısma böler. Aksi halde tomruğun ağır tarafı geride kalır, hafif tarafı ileri gider. F kuvvetinden geçen düşey düzleminin tomruğu ağırlık bakımından 2 eşit kısma bölmesi durumu meydana geldikten sonra sürütme işi başlar ve bu şekilde devam eder.

Tomruk kendini yatay olarak çeken $P \cos \beta$ kuvvetine karşı bir direnme gösterir. Bu direnme tomruğun yol yüzeyine yaptığı baskının sürtünme katsayısı ile çarpımı kadardır. Tomruğun yol yüzeyine yaptığı baskı tomruk ağırlığından $P \sin \beta$ değerinin çıkartılmasıyla elde edilir. Tomruk ağırlığı Q tomruğu aşağıya doğru iten bir kuvvettir. $P \sin \beta$ ise tomruğu yukarı doğru kaldıran bir kuvvettir.

Şu halde tomruğun çekici kuvvete karşı gösterdiği direnme gücü

$$\mu (Q - P \sin \beta) \quad \text{dır.}$$

Yatay komponent $P \cos \beta$ bu değerden büyük olduğu takdirde tomruk sürüklenecektir, limit durum olarak

III

$$\mu (Q - P \sin \beta) = P \cos \beta$$

denklemini yazabiliriz. Bu formül düz yolda sürütülen bir tomruğa ait bir çok hesaplarda kullanılmaktadır.

Misal : Sürtünme katsayısı $\mu = 0,50$ olan yatay bir yol üzerinde, 400 Kg. ağırlığında bir tomruk bir çift öküzle sürütülecektir. Boyunduruğa tomruğu bağlayan zincir yatay ile 40° bir açı yapmaktadır. Öküzlerden herbirine isabet eden yükü hesaplayınız?

Bu problem

$$\mu (Q - P \sin \beta) = P \cos \beta$$

formülü ile çözülebilir. P bilinmemektedir. Problemde verilen değerler formülde yerlerine konularak

$$0,50 (400 - P \sin 40^\circ) = P \cos 40^\circ$$

$$0,50 (400 - 0,6428 P) = 0,7660 P$$

$$200 = 1,0784 P$$

$$P = \frac{200}{1,0784} = 184 \text{ Kg.} \quad \text{bulunur.}$$

Bu yük 2 öküzle bölüneceği için beher öküzle isabet eden yük

$$\frac{184}{2} = 92 \text{ Kg.} \quad \text{olarak bulunur.}$$

Tomruk sürütmede hayvanların boynuna binecek yükün asgariye indirilmesi arzulanan bir durumdur. Bu arzunun matematik ifadesi yukardaki formülde P nin asgariye indirilmesi çarelerinin aranmasıdır. Formüldeki Q tomruk ağırlığıdır ve sabittir, μ yol yüzeyinin pürüzlülüğü ile ilgili bir kat sayıdır, nekadarküçültülürse P de okadar küçülür. Formülde β açısını değiştirerek P yi küçültmek veya büyültmek mümkündür. β açısının hangi değerleri için P nin asgari olacağını araştıralım.

Yukardaki formülde P nin eşiti aranırsa

$$\mu Q - \mu P \sin \beta = P \cos \beta$$

$$P (\mu \sin \beta + \cos \beta) = \mu Q$$

$$P = \frac{\mu Q}{\mu \sin \beta + \cos \beta} \quad \text{bulunur.}$$

P nin, β açısının hangi değerleri için asgari olduğu araştırıldığına göre, bu formülün β açısına göre türevini almak gerekir.

Türev

$$P' = \frac{-(\mu \cos \beta - \sin \beta) \mu Q}{(\mu \sin \beta + \cos \beta)^2} \quad \text{dir.}$$

Türevin sıfır olmasını sağlayan β değerleri, P nin maksimum veya minimum olmasını sağlayan değerlerdir. Türevin sıfır olması, yukardaki kesrin payının sıfır olmasıyla mümkündür. Buna göre

$$0 = -(\mu \cos \beta - \sin \beta) \mu Q \quad \text{yazılabilir.}$$

Burada iki terim çarpılmaktadır. Sonucun sıfır çıkması için terimlerden birinin sıfır olması gerekir. μQ sıfır olamayacağı için parantez içinin sıfır olmasını sağlayan β değerini aramak gerekir.

$$\begin{aligned} \mu \cos \beta &= \sin \beta \\ \mu &= \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \operatorname{tg} \beta \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

Demekki $\mu = \operatorname{tg} \beta$ olması halinde P maksimum veya minimum olacaktır. P formülünde μ yerine $\operatorname{tg} \beta$ konulursa

$$P = \frac{Q \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta \sin \beta + \cos \beta} \quad \text{bulunur.}$$

Bu kesrin pay ve paydası $\operatorname{tg} \beta$ ile bölünerek

$$\frac{0}{\sin \beta + \frac{\cos^2 \beta}{\sin \beta}} \quad \text{bulunur.}$$

Buradan da $P = Q \sin \beta$ elde edilir.

P maksimum olduğu zaman Q e eşit olacaktır. Buna göre $P = Q \sin \beta$ olma hali P nin minimum olma halidir.

Demekki β açısı değiştirilerek $\operatorname{tg} \beta = \mu$ olması sağlanırsa hayvanlar asgari enerji sarfı ile tomruğu sürükleyeceklerdir.

II — Eğik Bir yol Üzerinde Sürütme

a) İniş İstikametinde İtme

Eğim açısı α olan bir yol üzerinde bir tomruğu C ilk hızı ile iniş is-

tikametinde itip bıraksak. Yol ile tomruk arasındaki sürtünme kat sayısı μ nün nazarı olarak sıfır olduğunu farzetsek t saniye sonunda tomruğun alacağı yol

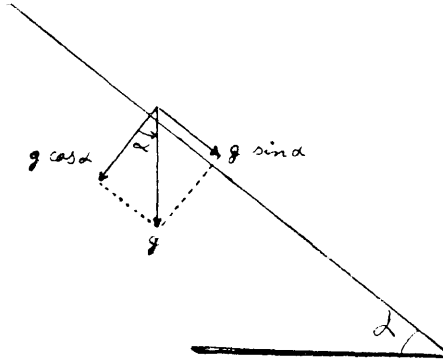
$$IV \quad S = ct + \frac{1}{2} bt^2 \quad \text{ve}$$

t saniye sonunda tomruğun sahip olacağı hız

$$V = c + bt \quad \text{olacaktır.}$$

Serbest düşmeye ait ivme g harfi ile gösterilir. Ankara enlemindeki yerler için $g = 980 \text{ cm/sn}^2$ dir. Bu değeri pek az hatalı olarak bütün Türkiye için kabul edebiliriz.

4 No. lu şekilde görüldüğü üzere serbest düşmeye ait g ivmesini biri yola paralel ve diğeri yola dik iki komponente ayırmak mümkündür. Yola paralel olan komponentin değeri $(g \sin \alpha)$ dır. Bu komponent her an tomruğun hareketine tesir etmekte ve onu hızlandırmaktadır. Yukardaki hız ve mesafe formüllerindeki b ivmeleri $(g \sin \alpha)$ dan ibarettirler.



Şekil 4 — Yatayla α açısı yapan bir yol üzerindeki cismin ivmesi $b = g \sin \alpha$ dır. Şekilde serbest düşmeye ait g ivmesinin biri yola paralel diğeri yola dik 2 komponente ayrılması görülmektedir.

Yola dik olan komponentin değeri $(g \cos \alpha)$ dır. Bu komponent tomruğun hızını azaltmaktadır. Tomruğun hızı her saniye $\mu g \cos \alpha$ kadar azalır. Sürtünme katsayısı sıfır olsaydı bu komponentin hareket üze-

rindeki durdurucu tesiri yok olurdu ve tomruk ilk aldığı hızın etkisiyle sonsuza kadar giderdi. Tatbikatta buna imkân yoktur.

Yukardaki düşünceler göre b ivmesinin eşiti olarak

$$\text{VI} \quad b = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha \quad \text{yazılabilir.}$$

$b = 0$ olması, yani tomruğun aynı hızla yoluna devam etmesi halinde formül

$$0 = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

$$- g \sin \alpha = - \mu g \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \mu \cos \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \mu$$

$$\text{VII} \quad \operatorname{tg} \alpha = \mu \quad \text{şekline girer.}$$

Demekki yolun eğim açısının tangentinin, sürtünme katsayısına eşit olması halinde ivme sıfır olacaktır. Diğer bir söyleyişle eğim yüzdesinin sürtünme katsayısına eşit olması halinde sürütme esnasında tomruğun hızı değişmeyecektir. İlk hızla tomruk yoluna devam edecektir.

$$\operatorname{tg} \alpha > \mu$$

olursa $b > 0$ olacak ve sürütme zamanda hızlanacaktır. Bu hızı azaltmak için bir enerji sarfı gerekecektir.

$$\operatorname{tg} \alpha < \mu$$

olması halinde sürtünmenin bir kısmı yolun eğimi dolayısıyla yok edilecek, geri kalan kısmı tomrukları çeken kuvvet tarafından yok edilecektir. Enerji sarfı bakımından en rasyonel şekil

$$\operatorname{tg} \alpha = \mu \quad \text{olması halidir.}$$

Yukardaki hız ve mesafe formüllerindeki b ivmesinin yerine

$$\text{VIII} \quad b = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha \quad \text{veyahut}$$

$$b = g (\cos \alpha - \mu g \cos \alpha) \quad \text{konulursa}$$

$$\text{IX} \quad S = ct + \frac{1}{2} g t^2 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$X \quad V = c + gt (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \quad \text{bulunur.}$$

İkinci denklemden

$$XI \quad t = \frac{V - c}{g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} \quad \text{elde edilir.}$$

Bu değer IX No. lu denklemde yerine konulursa

$$S = c \frac{V - c}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} + \frac{1}{2} g \left(\frac{V - c}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} \right)^2 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$S = c \frac{V - c}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} + \frac{1}{2g} \frac{(V - c)^2}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}$$

$$S = \frac{2c(V - c) + (V - c)^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

$$XII \quad S = \frac{V^2 - c^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} \quad \text{bulunur.}$$

Son noktada tomruk hızı sıfır olmalıdır, aksi halde zarara ve enerji kaybına sebebiyet verilir. Yukarki deneklemde $V = 0$ alınırsa denklem

$$XIII \quad S = \frac{-C^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} \quad \text{olur.}$$

İlk hız c değeri, tomruk insanlar tarafından itildiği takdirde çok küçük olacaktır. Tomruk ağırlığı ile mukayese edildiği takdirde ihmal edilebilir.

Bu takdirde denklem

$$XIV \quad 2gS(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 0 \quad \text{şeklini alır.}$$

Tomruğun katedeceği yol (S) sabittir.

Bu denklemin verdiği neticeyi ahşap döşeli bir yola tatbik edelim.

Ahşabın, ahşap üzerindeki sürtünme katsayısı 0,25 ilâ 0,50 dir. Bu asgari ve azami değerleri hesaba esas olarak alıp α açısı için azami ve asgari değerleri bulalım. Kıymetleri yerlerine koyarsak α için maksimum değer :

$$2 \times 9,80 \times S (\sin \alpha - 0,50 \cos \alpha) = 0$$

$$19,60 S \sin \alpha = 9,80 S \cos \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{9,80 S}{19,60 S} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 26^\circ 34' \quad \text{dır.}$$

Asgari değer ise

$$2 \times 9,80 \times S (\sin \alpha - 0,25 \cos \alpha) = 0$$

$$19,60 S \sin \alpha = 4,90 S \cos \alpha \quad \text{buradan}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{4,90 S}{19,60 S} = \frac{1}{4}$$

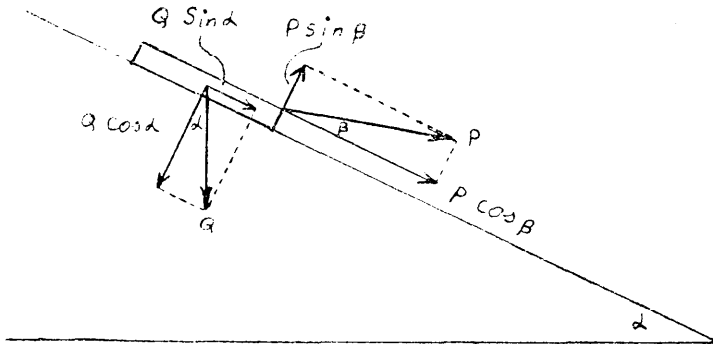
$$\operatorname{tg} \alpha = 0,25$$

$$\alpha = 14^\circ 2' \quad \text{elde edilir.}$$

Enine ağaçlar ile döşenmiş herhangi bir atamak yerinin hiç bir noktasındaki eğim bu sınırların dışında olmamalıdır. Aksi halde tomruk ya yolda kalır veyahut son noktaya süratle çarpar.

b) İniş istikametinde sürütme

Ormancılıkta sürütme genel olarak meyilli yollar üzerinde ve iniş istikametinde yapılmaktadır. 5 No.lu şekilde Q ağırlığındaki tomruğun eğim açısı α olan bir yol üzerinde iniş istikametinde sürütülmesi görül-

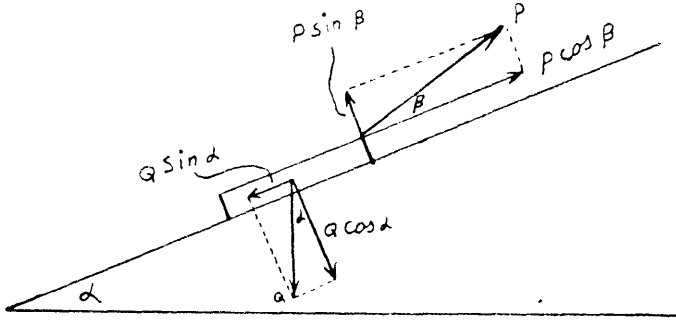


Şekil 5 — Q ağırlığında bir tomruğun, eğim açısı α olan bir yol üzerinde yokuş aşağı sürütülmesini gösteren şekil.

mektedir. Bu sürütmeyi yapmak için yol eksenine ile β açısı yapan P kuvveti tatbik ediliyor, evvelce izah edildiği üzere tomruk yol eksenine paralel olarak çekilemez.

P kuvvetini biri yol eksenine paralel, diğeri ise yol eksenine dik iki komponente ayıralım. Yol eksenine paralele olan komponentin değeri ($P \cos \beta$), yol eksenine dik olan komponentin değeri ise ($P \sin \beta$) olur.

Tomruk ağırlığı olan Q kuvvetini de biri yol eksenine paralel, diğeri yol eksenine dik iki komponente ayıralım. Yol eksenine dik olan komponentin değeri ($Q \cos \alpha$), yol eksenine paralel olan komponentin değeri ise ($Q \sin \alpha$) dır. Bu duruma göre tomruk yol yüzeyine ($Q \cos \alpha - P \sin \beta$) kadar baskı yapmaktadır.



Şekil 6 — Q ağırlığında bir tomruğun eğim açısı α olan bir yol üzerinde yokuş yukarı sürütülmesini gösterir şekil.

Tomruğu yol eksenine paralel olarak çeken iki kuvvet vardır. Bunlar paralel ve aynı istikamette olduklarından toplanırlar. Bunlar tomruğu sürükleyici kuvvettirler, toplamı

$$(P \cos \beta + Q \sin \alpha) \quad \text{dır.}$$

Yolun sürütme katsayısı μ ise

$$\mu (Q \cos \alpha - P \sin \beta) > P \cos \beta + Q \sin \alpha$$

olduğu takdirde tomruk hareket etmez.

$$\mu (Q \cos \alpha - P \sin \beta) < P \cos \beta + Q \sin \alpha$$

olursa tomruk hareket halindedir. İki tarafın birbirine eşit olması hali yani

$$XV \quad \mu (Q \cos \alpha - P \sin \beta) = P \cos \beta + Q \sin \alpha$$

durumu sınır durumunu, harekete geçme anını gösterir.

Eğer sürütme 6 No.lu şekilde görüldüğü üzere yokuş yukarı yapılırsa bu denklem

$$\text{XVI} \quad \mu (Q \cos \alpha - P \sin \beta) = P \cos \beta - Q \sin \alpha \quad \text{olur.}$$

XV ve XVI No. lu denklemlerde eşitliklerin sol taraflarına tomruğu geriye çeken bir kuvvet gözü ile bakmak mümkündür. Bu iki denklem birleştirilerek

$$\mu (Q \cos \alpha - P \sin \beta) = P \cos \beta \mp Q \sin \alpha \quad \text{yazılır.}$$

Buradan da

$$\text{XVII} \quad \mu = \frac{P \cos \beta \mp Q \sin \alpha}{Q \cos \alpha - P \sin \beta} \quad \text{bulunur.}$$

$Q \sin \alpha$ terimi yokuş aşağı sürütmede (+), yokuş yukarı sürütmede (—) işaretli alınır. Düz arazide ise bu terim kendiliğinden sıfır olur.

Bu denklemdeki β açısını bir dereceye kadar değiştirmek elimizdedir.

β açısının hangi değerinin sürütmenin daha kolaylıkla yapılmasını sağlayacağını araştıralım.

Sürtünme kat sayısının, yolun eğimine eşit olması halinde nakliyatın daha kolaylıkla yapılabileceği evvelce belirtilmişti. Sürütme katsayısına herhangi bir φ açısının tangenti gözü ile bakabiliriz $\varphi = \alpha$ olması arzu edilir, fakat sağlanması güçtür. XV No. lu denklemde μ yerine $\operatorname{tg} \varphi$ konulursa

$$\text{XVIII} \quad \operatorname{tg} \varphi (Q \cos \alpha - P \sin \beta) = P \cos \beta + Q \sin \alpha \quad \text{olur.}$$

Buradan

$$\text{XIX} \quad Q \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha - P \operatorname{tg} \varphi \sin \beta = P \cos \beta + Q \sin \alpha \quad \text{bulunur.}$$

Terimlere yer değiştirilerek

$$Q \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha - Q \sin \alpha = P \cos \beta + P \operatorname{tg} \varphi \sin \beta$$

elde edilir. Her iki taraf $\cos \varphi$ ile çarpılarak

$$Q \sin \varphi \cos \alpha - Q \cos \varphi \sin \alpha = P \cos \beta \cos \varphi + P \sin \beta \sin \varphi$$

bulunur. Eşitliğin solundaki terimler Q , sağındaki terimler P parantezine alınır,

$$Q (\sin \varphi \cos \alpha - \sin \alpha \cos \varphi) = P (\cos \beta \cos \varphi + \sin \beta \sin \varphi)$$

elde edilir.

Bu denklemde

$$\sin \varphi \cos \alpha - \sin \alpha \cos \varphi = \sin (\varphi - \alpha)$$

$$\cos \beta \cos \varphi + \sin \beta \sin \varphi = \cos (\beta - \varphi) \quad \text{dir.}$$

yerine konularak

$$Q \sin (\varphi - \alpha) = P \cos (\beta - \varphi) \quad \text{bulunur.}$$

Buradan da

$$\text{XX} \quad P = Q \frac{\sin (\varphi - \alpha)}{\cos (\beta - \varphi)} \quad \text{elde edilir.}$$

Aynı düşünce yokuş yukarı yapılan bir sürtünmeye tatbik edilirse bu formül

$$\text{XXI} \quad P = Q \frac{\sin (\varphi + \alpha)}{\cos (\beta - \varphi)} \quad \text{şeklini alır.}$$

XX ve XXI No. lu formülleri birleştirilerek

$$\text{XXII} \quad P = Q \frac{\sin (\varphi \mp \alpha)}{\cos (\beta - \varphi)} \quad \text{elde edilir.}$$

MİSAL: 500 Kg. ağırlığında bir tomruk sürtünme katsayısı $\mu = 0,40$ ve eğimi $\text{tg} \alpha = 0,12$ olan bir yolda bir çift manda ile yokuş aşağı ve yokuş yukarı sürüklenecektir. Boyunduruğu tomruğa bağlayan zincirin yol ile yapmış olduğu açı $\beta = 38$ derecedir.

Mandaların bir tomruğu sürütmek için nekadardır bir kuvvetle çekmek mecburiyetinde olduklarını hesaplayınız.

ÇÖZÜM :

Tomruk yokuş aşağıya çekildiği zaman mandaların yenmek mecburiyetinde oldukları kuvvet

$$\text{XIX} \quad P = Q \frac{\sin (\varphi - \alpha)}{\cos (\beta - \varphi)}$$

formülü ile hesaplanır.

$Q = 500$ Kg. problemde verilmiştir.

$\varphi =$ Tangenti sürtünme katsayısına eşit olan açı. Problemde sürtünme katsayısı $\mu = 0,40$ olarak verilmiştir. φ açısı tangenti 0,40 olan açıdır. Yani $\text{tg} \varphi = 0,40$ dır. Trigonometri cetvelinden $\varphi = 21^\circ 48'$ derece bulunur.

$\alpha =$ Yolun eğim açısı, problemde $\text{tg} \alpha = 0,12$ olarak verilmiştir. Trigonometri cetvelinden $\alpha = 6^\circ 50'$ bulunur.

$\beta = 38^\circ$ problemde verilmiştir.

Değerler formülde yerlerine konularak

$$P = 500 \frac{\sin (21^\circ 48' - 6^\circ 50')}{\cos (38^\circ - 21^\circ 48')}$$

$$P = 500 \frac{\sin 14^\circ 50'}{\cos 16^\circ 12'}$$

$$\log P = \log 500 + \log \sin 14^\circ 58' - \log \cos 16^\circ 12'$$

$$\log P = 2,69\ 897 + \bar{1},41\ 205 - \bar{1},98\ 240$$

$$\log P = 2,12\ 862$$

$$P = 135\ \text{Kg.}$$

Tomruk yukarıya sürütülürken mandaların yenmek mecburiyetinde oldukları kuvvet

$$\text{XX} \quad P = Q \frac{\sin (\varphi + \alpha)}{\cos (\beta - \varphi)} \quad \text{formülüne göre}$$

$$P = 500 \frac{\sin (21^\circ 48' + 6^\circ 5')}{\cos (38^\circ - 21^\circ 48')}$$

$$P = 500 \frac{\sin 28^\circ 38'}{\cos 16^\circ 12'}$$

$$\log P = 500 + \log \sin 28^\circ 38' - \log \cos 16^\circ 12'$$

$$\log P = 2,69\ 897 + \bar{1},68\ 052 - \bar{1},98\ 240$$

$$\log P = 2,39\ 709$$

$$P = 249,5 \sim 250\ \text{Kg. dır.}$$

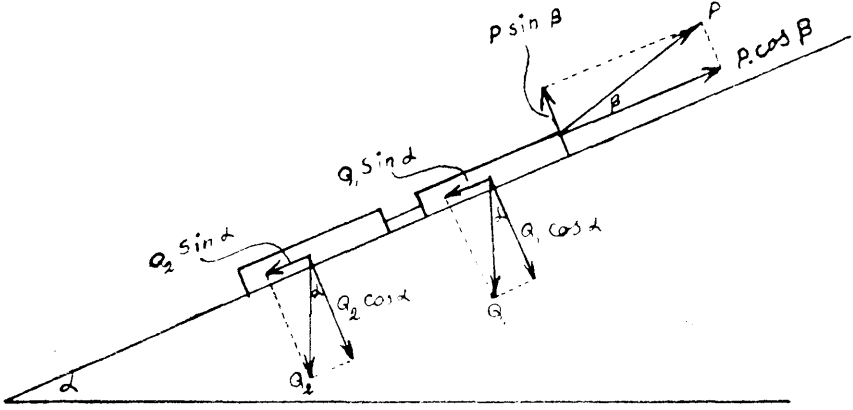
XX No.lu formülde $\beta = \varphi$ olması halinde P nin asgari olacağı görülmektedir. β açısı φ den farklı olursa P büyük değerler alacaktır. β açısının φ ye eşit alınması halinde sürütme çok rasyonel bir şekilde yapılacaktır.

Sürtünme katsayısı 0,25 olan (ahşap) bir yol üzerinde sürütülen tomruklar için β açısı 14° olmalıdır.

Birbiri arkasına bağlanmış iki veya daha fazla tomruğu iniş istikametinde çekerek yapılan sürütme

7 No.lu şekilde görüldüğü üzere, birden fazla tomruk arka arkaya bağlanarak sürüklendiği takdirde, ikinci ve daha sonraki tomruklar yol eksenine paralel olarak çekilmiş olacaklardır. Birinci tomruğun yol üzerine yapmış olduğu normal baskı ($Q_1 \cos \alpha - P \sin \beta$) dır. İkinci tomruğun yaptığı normal baskı ise ($Q_2 \cos \alpha$) dır. Yol yüzeyine dik olarak gelen baskıların toplamı,

$$(Q_1 \cos \alpha - P \sin \beta + Q_2 \cos \alpha) \quad \text{dır.}$$



Şekil : 7 — Birbiri arkasına bağlanmış 2 tomruğun yokuş yukarı sürütülmesi.

Bu ağırlığı sürükliyen kuvvet yokuş aşağı sürütmede

$$(P \cos \beta + Q_1 \sin \alpha + Q_2 \sin \alpha) \quad \text{dır.}$$

Yokuş yukarı sürütmede ise

$$(P \cos \beta - Q_1 \sin \alpha - Q_2 \sin \alpha) \quad \text{dır.}$$

Şu halde yokuş aşağı yapılan sürütme için

$$\mu (Q_1 \cos \alpha - P \sin \beta + Q_2 \cos \alpha) = P \cos \beta + Q_1 \sin \alpha + Q_2 \sin \alpha$$

denklemini. Yokuş yukarı yapılan sürütme için de

$$\mu (Q_1 \cos \alpha - P \sin \beta + Q_2 \cos \alpha) = P \cos \beta - Q_1 \sin \alpha - Q_2 \sin \alpha$$

denklemini yazabiliriz. Bu ki denklemi birleştirirsek

$$\text{XXI} \quad \mu (Q_1 \cos \alpha - P \sin \beta + Q_2 \cos \alpha) = P \cos \beta \mp Q_1 \sin \alpha \mp Q_2 \sin \alpha$$

olur. Buradan

$$\text{XXII} \quad \mu = \frac{P \cos \beta \mp (Q_1 + Q_2) \sin \alpha}{(Q_1 + Q_2) \cos \alpha - P \sin \beta}$$

denklemi elde edilir.

Birbiri arkasına takılan tomruklar ikiden fazla olursa bu denklem

$$\text{XXIII} \quad \mu = \frac{P \cos \beta \mp [Q] \sin \alpha}{[Q] \cos \alpha - P \sin \beta} \quad \text{şeklini alır.}$$

MİSAL :

Herbiri 250 Kg. ağırlığında olan 3 tomruk birbiri arkasına bağlanarak eğim açısı 8 derece olan bir yolda yokuş aşağı sürüklenmektedir.

Öküzlerin bu tomrukları 325 Kg. kuvvet sarfederek çektikleri manometre ile yapılan ölçme sonucunda tesbit edilmiştir. Boyunduruğa ilk tomruğu bağlayan zincirin yol ile yaptığı açı 35 derece olduğuna göre, bu sürütmeye ait sürtünme katsayısını hesaplayınız.

ÇÖZÜM :

Problemde 2 den fazla tomruk birbiri arkasına bağlanmış ve yokuş aşağıya sürütülmüştür. Uygulanması gereken formül

$$\mu = \frac{P \cos \beta + [Q] \sin \alpha}{[Q] \cos \alpha - P \sin \alpha} \quad \text{dır.}$$

Problemde verilenler yerlerine konularak

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{325 \cos 35^\circ + 750 \sin 8^\circ}{750 \cos 8^\circ - 325 \sin 35^\circ} \\ \mu &= \frac{325 \times 0,81914 + 750 \times 0,13917}{750 \times 0,99026 - 325 \times 0,13917} \\ \mu &= 0,53 \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

MİSAL 2 :

Birinci misâldeki tomrukların aynı yolda yokuş yukarı sürütülmesi halinde öküzlerin herbirine isabet edecek yükü hesaplayınız.

ÇÖZÜM :

Yokuş yukarı sürütmede XXIII No. lu formül

$$\mu = \frac{P \cos \beta - [Q] \sin \alpha}{[Q] \cos \alpha - P \sin \beta}$$

şekline girer.

$$\mu = 0,53, \quad \beta = 35^\circ, \quad [Q] = 750, \quad \alpha = 8^\circ$$

değerler formülde yerlerine konulur ve P çözülürse

$$\begin{aligned} 0,53 &= \frac{P \cos 35^\circ - 750 \sin 8^\circ}{750 \cos 8^\circ - P \sin 35^\circ} \\ 0,53 &= \frac{0,81914 P - 750 \times 0,13917}{750 \times 0,99026 - 0,13917 P} \\ 0,8929001 P &= 498,00585 \\ P &= 558 \text{ K'gr.} \end{aligned}$$

Bu yük 2 öküze bölüneceği için bir öküze 279 Kg. isabet eder.

III -- Sürtünme Katsayısının Tayini ve Tomrukların Rasyonel Bir Şekilde Sürütülmesi

Sürütmenin rasyonel bir şekilde yapılabilmesi için sürtünme katsayısının bulunmasının zaruri olduğu görülmektedir. XXIII No.lu formül dinamometre kullanılarak P kuvvetinin tayin edilmesi halinde sürtünme katsayısının nasıl bulunacağını göstermektedir.

Sürtünme katsayısı kronometre kullanmak suretiyle de hesaplanabilir.

Meyilli bir yolda iniş istikametinde tomruk ağırlığından istifade edilerek yapılan nakliyatda kullanılan hız ve mesafe formülleri

$$IX \quad S = ct + \frac{1}{2} gt^2 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$X \quad V = c + gt (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \quad \text{dır.}$$

İkinci denklemde c nin eşiti

$$c = V - gt (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \quad \text{dır.}$$

Bu değer birinci denklemde yerine konulursa

$$S = Vt - gt^2 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) + \frac{1}{2} gt^2 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$S = Vt - \frac{1}{2} gt^2 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \quad \text{bulunur.}$$

Meyilli bir yol üzerinde bir tomruğu itsek, aldığı ilk hız ile bir müddet gittikten sonra dursa, tomruğun katettiği yolu ve zamanını ölçebiliriz. Tomruk durduğuna göre son noktadaki hız $V = 0$ olmuştur. Yukarıdaki denklemde sürtünme katsayısından başka bütün unsurlar belli olmuştur, sürtünme katsayısı

$$\mu = \frac{\frac{2S}{gt^2} + \sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{olur.}$$

Bu formüle göre bütün yol için ortalama bir sürtünme katsayısı bulunacaktır. Yolun her noktasında başka değerde olan sürtünme katsayılarının bu ortalama değerden çok farklı olmaması lazımdır. Aksi halde rasyonel bir sürtünme mevzu bahis olamaz.

Bütün yol için sabit bir sürtünme değeri bulacağımıza göre

$$S = \frac{1}{2} g (\mu \cos \alpha - \sin \alpha) t^2$$

denkleminde $\frac{1}{2} g (\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$ değeri sabit bir sayı olacaktır. Bunu K ile gösterirsek

$$S = K t^2$$

denklemini elde edilir. Bu denklem bir parabol denklemidir. Biz denemelerle bu parabolün bir çok noktalarını bulabiliriz. Bu noktaların ortasından geçen parabolü çizmek veyahut denklemini (Regresyon denklemi) elde etmek mümkündür. K bulununca

$$\frac{1}{2} g (\mu \cos \alpha - \sin \alpha) = K$$

yazılır. g ve α bilindiği için μ hesaplanır. $\mu = \tan \alpha$ olması halinde sürütmenin rasyonel olacağı yukarıda belirtilmişti. Açıklanan usul ile μ hesaplandıktan sonra α açısının değiştirilerek $\tan \alpha = \mu$ eşitliğinin gerçekleştirilmesine çalışılmalıdır.

Sonuç :

Sürütme yapılan ormanlarımızda, sürütme yollarının üst yapısı ve sürütme mevsimi incelenmeli. Aşağıdaki tiplerden hangisine veya hangilerine girdiği tesbit edilmeli.

- | | | |
|-----|---|--|
| 1 — | | Kurak mevsimde killi toprak üzerinde sürütme |
| 2 — | » | kumlu toprak üzerinde sürütme |
| 3 — | » | çakıllı toprak üzerinde sürütme |
| 4 — | » | Ahşap yol üzerinde sürütme |
| 5 — | | Yağışlı mevsimde killi toprak üzerinde sürütme |
| 6 — | » | kumlu toprak üzerinde sürütme |
| 7 — | » | çakıllı toprak üzerinde sürütme |
| 8 — | » | Ahşap yol üzerinde sürütme |

Her yol tipine ait sürtünme katsayısı μ bulunmalı ve eğim yüzdesi bulunan μ değerine eşit olacak şekilde yollar yapılmalıdır.

Bu yazıda açıklanan prensipler, sürütmenin haricindeki diğer taşıma metodlarında da aynen uygulanır. Meselâ araba ile taşımada prensipler aynen kalmakta, sürtünme katsayısı küçülmektedir.

LİTERATÜR

FRED b. Seely Ms. ve
Newton sign M. A.

Analytical Mechanics For Engineers

Reşat Talat Enlil

Ağacın Kızakla ve Sürtünme Suretiyle
Naklinde Sürtünme Katsayılarının Tayi-
ni

Alexander Micheel Karoloff ve
Prof. Ralph C. Bryant
Çeviren : Orhan Yamanlar

Kızaklarla Tomruk Nakliyatı

Maarif Vekâleti

Fizik III Fen Kolu için

Prof. Dr. Ing. Faik Tavşanoğlu

Orman Transport Tesisleri ve Taşıtları
