



ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN KÜMELER KONUSUNDAKİ ÖĞRENMELERİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ-I



Işıkhan UĞUREL*



Sevgi MORALI**

Özet: Bu çalışmada öğrencilerinin kümeler konusundaki öğrenmelerinin farklı perspektiflerden değerlendirilmesi gerçekleştirilmeye çalışılmıştır. Bu amaç için öğrenme durumlarını ve bu durumlarda ortaya çıkan hata ve yanlışların belirlenmesine yönelik yazarından biri tarafından geliştirilen bir ölçekten (ÖDBO) yararlanılmıştır. Ölçek yeni ortaöğretim matematik öğretim programındaki kümeler alt-öğrenme alanına yönelik kazanımlar ve bir önceki öğretim programındaki davranışlar ilişkilendirilerek ve Bloom Taksonomisi temel alınarak geliştirilmiş 52 maddeden oluşmaktadır. Ölçeğin pilot uygulanmasının sonucu, ölçümler üzerine TAP 6.65 bilgisayar programı kullanılarak hesaplanan güvenilirliği 0.89 bulunmuştur. Son şeklinde 49 madde bulunan ÖDBÖ İzmir ilinde yer alan 3 ayrı türde (Fen, Anadolu ve Düz Liseler), resmi ve özel 5 ayrı lisede toplam 395 öğrencinin bulunduğu asıl örneklem grubuna uygulanmıştır. Bu uygulama sonrasında yeniden güvenirlik hesapları yapılmış ve KR20 (Alpha)=0.936 ve KR21=0.925 olarak hesaplanmıştır. Bu çalışmada, toplanan verilerin farklı perspektiflerden analiz edilmesi ve ortaya çıkan bulguların sunulmasında yazarlarca oluşturulan iki basamaklı (her basamakta iki kategori yer almaktadır) yaklaşımın ilk basamağına yönelik bilgiler verilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Küme kavramı, Öğrenmeler, Hata, Yanılgı, Bloom Taksonomisi.

DETERMINATION OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS' LEARNINGS ON THE MATHEMATICAL SETS -I

Abstract: In this study, students' learnings were tried to be evaluated in different perspectives. With this goal, a test was developed and used in order to determine students' learnings, mistakes and misconceptions. Some of the findings and results which obtained from the test (ÖDBÖ- determination of learning situations scale) related to the subject of sets in the secondary mathematics curriculum, are introduced. The test is developed by one of the researcher in this study. The test including 52 items was developed under consideration of the new mathematics curriculum, its comparison with the previous curriculum and Bloom

* Arş. Gör. Dr. Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Matematik Eğitimi ABD.
isikhan.ugurel@deu.edu.tr

** Yrd. Doç. Dr. Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Matematik Eğitimi ABD.
sevgi.morali@deu.edu.tr



Taxonomy. The pilot study was applied to 155 students and using TAP 6.65 (Test Analysis Proram) the reliability coefficient was found to be 0,89. After the pilot study, final form of test with 49 items was applied to 372 students from 5 different high schools, some public and some private, in Izmir. The 5 high schools were chosen from 3 different types of schools Scientific, Anadolu and Normal. After this application, reliability was found to be KR20 (Alpha)=0.936 and KR21=0.925. This study presents first one of the two steps each including 2 categories which were designed by the writers.

Key Words: Mathematical Set, Learnings, Error, Misconception, Bloom Taxonomy.

1. GİRİŞ

Günümüzde gerek Amerika gerekse Avrupa ülkelerinin çoğunda matematik eğitime yönelik sürdürülen reform hareketleri sonucu ortaya çıkan temel ortak noktalardan birisi işlemsel bilginin yanında kavramsal öğrenmenin de önemli olduğu ve kavramsal öğrenmenin matematiksel bilgilerin yapılandırılmasında vazgeçilmemesi gereken bir unsur olduğudur. Bu elbette ki insanoglunun iletişim kurmada ve öğrenmesinde kavramların sahip olduğu özelliklerden ve işlevlerinden kaynaklanan doğal bir hemfikir değildir. Kavramsal düşünme, çevreye uyum sağlamada ve kendi çevresini şekillendirmede bireylere olağanüstü güç verir” (MEB, 2005: 8). Ve bu nedenle hem genel olarak eğitimde hem de matematik eğitiminde öğrencilerin öğrenmeleri incelenirken hem kavramsal hem de işlemsel bilgilerini irdelemek gerekmektedir. Kavramlar ve aralarındaki ilişkilerin doğru olarak ortaya konması, kavramların oluşturulma ve sonrasında yeni öğrenme süreçlerinde belirebilecek olası sıkıntıların bilinmesi ve giderilmesi de oldukça önem arz etmektedir. Söz konusu sıkıntıların genel akademik adlandırması ‘yanılgıdır’. Yanılgılar öğrencilerin sahip olduğu ön öğrenmelerindeki eksiklikler ya da yanlış bağlantılar sonucu yeni bir kavramın yapılandırılmasındaki negatif etkilerinden kaynaklanabilir. Ayrıca işlemsel uygulamalar ya da problem çözme süreçlerinde öğrencilerin kendilerine mantıklı ve doğru gelen ancak matematiksel olarak genellemeyen, geçerliliğini bazı örneklerle sınırlı olan alışkanlıklardan da meydana gelebilir. Kuşkusuz yanılgıların ve hataların oluşmasındaki nedenler buradakiler ile sınırlandırılmaz. Öğretmenlerin öğretim yaklaşımlarındaki inanç ve algılarından kullandıkları sınıf içi iletişim araçlarına, yapılan sınıf içi etkinliklere ve öğretmenin kullandığı problem çözme yaklaşımlarına kadar pek çok değişkenden kaynaklanabilir. Şu aşamada “kavram yanılgısının” ne olduğuna değinmek yararlı olacaktır. “Kavram yanılgısı (misconception) genellikle literatürde bir konunun uzmanların üzerinde hem fikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavranışı (conception) (Zembat, 2008: 2) şeklinde ifade edilmektedir. Kavramın öğrenilme ya da oluşturulma sürecindeki beliren bu uzak kavrayış/algı bireyin içinde bulunduğu durumla yakından ilişkili olup işlemsel uygulamalarına ve bir bütün olarak öğrenmelerine yön vermektedir. Kavram öğrenme [oluşturma] “uyaranları belli kategorilere ayırarak, zihinde bilgiler oluşturma” (Özsoy ve Kemankaşlı, 2004) süreci olduğundan bu süreçte ön öğrenmelerin ve ön bilgilerin üzerine yığılmalı olarak gelişen sarmal bir yapı içerisinde (bizce) iki boyutta bir ilerleme gereklidir. Kastedilen şey hem bireyin bir yandan sınıf içerisinde sunulan ve kapsam ve içerikçe genişleyen formal matematiksel bilgileri izlemesi, edinmesi ve fiziksel olarak var olduğu etkileşimleri yaşaması (bireysel çalışmalar, grup çalışmaları, tahtaya kalkma, ödevler, vb) hem de aynı zamanda bu eylemlerden soyutlaması gereken bilişsel faaliyetleri aracılığıyla zihinsel bağlantılar (network) kurmasıdır. Fiziksel faaliyetler I. boyutu onlarla eş zamanlı



gerçekleşmesi gereken bilişsel faaliyetler ise II. boyutu oluşturmaktadır. Dolayısıyla [öğrenmelerin gerçekleşmesi] bir kavramın tanımlanması ilkel kavramlardan yüksek mertebeli kavramlara ulaşarak sonuçlar çıkarabilmeye (kavramsal iletişime) dayalı olduğundan kolay olmayan bir süreçtir (MEB, 2005) ve özünde bireysel olan bu süreç öğrenmenin gerçekleştirildiği alana (matematik, geometri, fizik, vb) göre de farklı karakteristikler barındırmaktadır. İlgili karakteristikler bir alana özgü öğrenmelerin incelemesinde kavramsal ve işlemsel tabandaki farklı yöntem ve yaklaşımların geliştirilmesi ve uygulanmasını gündeme getirir. Söz konusu yöntem ve yaklaşımlar tek bir alanda (örn. matematik) öğrenmenin nasıl gerçekleştiğine yönelik temel alınan epistemolojik yaklaşımlar ve kuramsal çerçeve(ler)den temellenebileceği gibi, farklı alanlarda (örn. cebir, geometri) odaklanılan matematiksel içerik ve onun ortaya konuş biçimlerindeki ayrışimlardan da gelişebilir. Örneğin, öğrenmeye bilişsel psikoloji perspektifinden yaklaşıldığında merkeze alınan daha ziyade II. boyut iken sosyal yapılandırıcılık penceresinden bakıldığında sınıf içi iletişim normları, öğretmen ve öğrenenlerin söylesel hareketleri ve grup ya da sınıf kültürünün yapısı gibi değişkenler I. boyutta araştırılma yolları olabilir. Blanco (2001) öğretmen adaylarının geometrideki kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik çalışmasında yanılgılara kaynak oluşturabilecek öğretim durumlarını şu şekilde özetlemektedir;

- I.Çeşitli kavramları gösteren standart örneklere yer verilmesi,
- II.Kavramın kendisinden çok tanımı üzerinde durulması,
- III.Kavram ile ilgili kritik noktaların yeterince analiz edilmemesi,
- IV.Görselliğin, yazılı ya da sözlü anlatımdan daha etkili ve kalıcı olduğu gerçeğinin göz ardı edilmesi,
- V.Etkinliklerin değişmeyen ve tekrarlı bir süreçte, genellikle kitaplardan seçilmiş kalıplaşmış örneklerden oluşması,
- VI.Kavramları daha derinlemesine anlamaya ve bilgiyi başka problemlerde uygulamaya önem verilmemesi,
- VII.Genellikle hep aynı materyal ve kaynaktan yararlanılması ve tek (ana) kaynağın ders kitapları olması.

Bu sıralamada IV doğrudan geometrideki kavram yanılgılarına özgü iken diğerleri genel olarak tüm alanlarda ele alınabilir niteliktedir. Benzer şekilde hata ve yanılgıları belirlemek amacıyla, geometrik düşünmenin nasıl geliştiğine yönelik çalışmaları ile tanınan Pierre ve Dina Van Hiele'in düzeylerinin çerçeve alınması yalnız geometriye özgü bir yaklaşımı örnekler. Öğrenme durumlarını ve onlara bağlı hata ve yanılgıları belirlemeyi amaçlayan çalışmalarda yöntem ve yaklaşımlarda olan farklılaşma veri toplama biçimleri ve araçlarında da kendini göstermektedir. Konuyla ilgili olarak Atasoy ve Akdeniz (2007: 46) şunu ifade etmektedir.

Öğrencilerin yanılgılarını ortaya koymak ve onları ayrıntılarıyla açıklamak amacıyla farklı ölçme araçlarının kullanıldığı görülmektedir. Öğrencilerin kavramlarla ilgili düşüncelerini ayrıntılı bir şekilde belirlemek için klinik mülakat, olaylar ve durumlar hakkında görüşme gibi yöntemlerin uygulandığı (Boeha, 1990) ve bunun yanında açık uçlu soruları içeren testlerin kullanıldığı bilinmektedir (Demircioğlu, 2002; Hewson & Hewson, 2003). Yanılgıları belirlemek için en sık kullanılan yöntemlerden birinin çoktan seçmeli testler olduğunu söylemek



mümkündür (Savinainen & Scott, 2002; Jimoyiannis & Komis, 2003; Trumper, 2003).

Bu çalışmada ortaöğretim matematik konuları arasında yer alan kümelere yönelik öğrenmelerini değerlendirmek ve bu süreçte beliren hata ve yanlışları betimlemek amacıyla çoktan seçmeli maddelerin yer aldığı bir ölçek geliştirilmiştir.

1.1 Kümelerin Önemi

Kümeler teorisi şüphesiz matematik ve matematik öğretimin temelini (kuruluşunun zemini) oluşturur (Gavalas, 2005) ve 19. yy da Georg Cantor tarafından ortaya konulmuştur (Fischbein & Baltsan, 1999). Matematik dilinde birlik sağlama çabalarının bir ürünü olan kümeler (Dönmez, 2002) modern matematik olarak adlandırılan alanın ilerlemesine, mantık ve bilgisayar bilimlerin gelişiminde de önemli katkılar sağlamıştır. Kümeler teorisi yaşadığı dönemde Cantor'un karşılaştığı tepkilere (özellikle Kronecker tarafından gösterilen) rağmen çalışmalarını sürdürmesi sonucu kurulmuş olsa da diğer önemli matematikçilerinde bu gelişimde önemli katkıları vardır. Bunların başında Zermelo ve Fraenkel gelmektedir. Bu iki ünlü matematikçi kümeler teorisini aksiyomatikleştirme çalışmış ve bu alanda önemli çalışmalar sunmuşlardır (O'Connor ve Robertson, 1992). Kümeler konusu günümüzde pek çok ülkenin ortaöğretim düzeyinde öğretilen matematik konuları içerisinde yer almaktadır ve matematikteki temel ve önemli konulardan biri olarak görülmektedir. Bu durumun nedeni kümelerin mantık ve cebirin kurulmasında ve öğretilmesinde önemli yere sahip olması ve matematiğin aksiyomatik yapısının ve ispat mantığının ortaya konmasında da önemli görevler üstlenmesinden ileri gelmektedir. Dolayısı ile kümeler konusunda öğrencilerin kavramsal ve işlemsel düzeydeki öğrenme durumlarının incelenmesi ve öğrencilerde var olan yanlış ve hataların belirlenmesi hem kümeler konusunun hem de matematik öğretiminin daha nitelikli kılınmasında katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.2 Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı ortaöğretim matematik dersi öğretim programları çerçevesinde kümeler konusuna yönelik ortaöğretim öğrencilerinin öğrenmelerinin değerlendirilmesidir. Ayrıca değerlendirme sürecinde karşılaşılan hata ve yanlışların betimlenmesi ve yorumlanması ikincil amacı oluşturmaktadır.

1.3 Araştırma Problemi

Ortaöğretim öğrencilerinin kümeler konusunda öğrenmelerinin genel yapısı nasılsı? Bu yapıda karşılaşılan hata ve yanlışlar nelerdir?

2. YÖNTEM

Bu çalışmada nicel araştırma yöntemlerinden yararlanılmıştır. Betimsel nitelikli tarama tipindeki bu çalışmada ortaöğretim öğrencilerinin kümeler konusuna öğrenme durumlarının değerlendirilmesi ve bu süreçte oluşabilecek hata-yanlışlarının belirlenmesine çalışılmıştır. Bu amaç için toplam 52 maddeden oluşan kümeler konusu “*Öğrenme Durumları Belirleme Ölçeği*” (ÖDBÖ) adı verilen çoktan seçmeli bir test geliştirilmiştir. ÖDBÖ geliştirilmeden önce kümeler konusuna yönelik literatür taraması yapılarak ölçeğin maddelerinin yapılandırılmasında geçerliğin sağlanması ve uygulama sonrası veriler üzerinde farklı analizlerin yapılabilmesi ve bulguların farklı perspektiflerden sunulabilmesi hedeflenmiştir.



Bu doğrultuda, elde edilen verilerin her birinde 2 kategori olan iki basamakta (toplam 4 kategoride) değerlendirilmesi ve ulaşılan sonuçların bu kategoriler altında sunulmasına karar verilmiştir. *İlk* kategori ölçekteki tüm maddelerin örneklemdaki 3 ayrı grup (Fen Lisesi, Anadolu Lisesi ve Düz Lise) açısından doğru yanıtlanma oranlarına odaklanmaktadır. En az doğru yanıtlanma oranına sahip maddeler ayrıntılı olarak ele alınmakta ve seçenekleri ile birlikte irdelenmektedir. Bu kategorinin amacı öğrencilerin öğrenme durumlarının okul türlerine göre genel yapısını resmetmektir. *İkinci* kategoride, maddelerin geliştirilme aşamasında temel alınan Bloom Taksonomisi açısından her 3 örneklem grubu için genel durumu betimlenmektedir. *Üçüncü* kategori ise yine ölçeğin geliştirilmesi sürecinde etkileşimli bir yapıda ele alınmış olan ortaöğretim matematik dersi öğretim programlarındaki kümeler konusuna yönelik davranış-kazanımlar açısından verilerin analiz ve bulgularını yansıtmaktadır. Üçüncü kategoride sunulan bilgiler kümeler konusuna yönelik 1992 yılında uygulamaya konan bir önceki matematik öğretim programında yer alan amaç ve kazanımlar ile 2005 yılından buyana uygulanmakta olan yeni matematik öğretim programındaki kazanımların karşılaştırılması, etkileşimlerinin açıklanması ve bu etkileşim altında ölçek maddelerinin irdelenmesine dayanmaktadır. *Son* kategoride ise ÖDBÖ ölçeği aracılığı toplanan veriler Smith ve ark (1996) tarafından matematiksel bilgilerin sınıflandırılması ve test edilmesi için geliştirilen teorik taksonominin (*MATH-Taxonomy*) basamakları açısından ayrıntılı biçimde irdelenmektedir.

Bu makalede yazarlarca oluşturulan toplam 4 kategorili iki basamaklı analiz ve yorumlama yaklaşımının ilk basamağında yer alan bilgiler sunulmaktadır.

2.1 Örneklem

Bu çalışmanın pilot uygulama için örneklemini 1 Anadolu Lisesi ve 1 Normal Lisede öğrenim görmekte olan 155 kişi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Sonrasında ölçme aracına son şekli verildikten sonra yapılan asıl uygulama ise 3 Fen Lisesi, 3 Anadolu Lisesi ve 1 Düz Lise de öğrenim gören toplam 372 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Uygulama yer alan okullar İzmir il merkezi ve merkez ilçelerde yer alan liselerden seçilmiştir. Seçim sürecinde araştırmanın içeriği ile ilgili okul müdürleri ve matematik öğretmenleri ile yüz yüze görüşmeler yapılmıştır. Veriler görüşmeler sonrasında gönüllü olarak araştırmaya katılmayı kabul eden 5 lisede toplam (yanıtları geçerli bulunan) 372 öğrencinin yer aldığı bir örneklem üzerinde toplanmıştır.

Tablo 1. Örneklemdeki Bireylerin Dağılımı

Lise Türü	Öğrenci Sayısı	
F ₁ Lisesi	6	64
F ₂ Lisesi	23	
F ₃ Lisesi	35	
A ₁ Lisesi	105	208
A ₃ Lisesi	49	
A ₄ Lisesi	54	
D ₅ Lisesi	100	100
Toplam 3 Türde Lise	Toplam Katılımcı 372 kişi	
F: Fen Lisesi,	A: Anadolu Lisesi,	D: Düz Lise



2.2 Ölçme Aracının Geliştirilme ve Uygulanması Süreci (Kümeler Konusu Öğrenme Durumları Belirleme Ölçeği “ÖDBÖ”)

Bu araştırmada verilerin toplanmasında kümeler konusuna yönelik içerik ve kazanımların yeni öğretim programdaki yapılandırılması incelenmiş ve bu yapılanma bir önceki öğretim programı (1992) ile kıyaslanarak iki programın etkileşimi doğrultusunda nasıl bir ölçme aracının geliştirilebileceği araştırılmış, planlanmış ve gerçekleştirilmiştir. Test maddeleri yeni ortaöğretim matematik programında ilgili öğrenme alanında yer alan kazanımlar ile bir önceki öğretim programındaki amaç ve davranışlar karşılıklı olarak ilişkilendirilerek ve Bloom Taksonomisi temel alınarak 1 uzman tarafından geliştirilmiş ve (yazarlar dışında) 1 uzman ve 4 lise matematik öğretmeni tarafından incelenmiş ve önerileri doğrultusunda kapsam ve biçimsel değişikliklerle yeniden düzenlenmiştir. Ölçek maddelerinin Bloom Taksonomisi'ne göre sınıflandırılması önce (3 yüksek lisans öğrencisi ve 2 öğretim elemanı) 5 kişi tarafından bireysel olarak yapılmış sonrasında 5 kişi bir araya gelerek taksonominin aynı basamaklarında işaretlenmeyen maddeler tartışılmış ve ortak kararlar doğrultusunda sınıflandırılmaları gerçekleştirilmiştir. 5 kişi tarafından bireysel çalışma sonrasında taksonominin farklı basamaklarında işaretlenen sorular tüm soruların yaklaşık % 19 unu oluşturduğu görülmüştür. Her birinde 5 seçenek bulunan 52 maddeden oluşan testin ilk hali 155 kişilik bir pilot gruba uygulanmış ve bu uygulamada ÖDBÖ ile yapılan ölçümlerin güvenilirliği TAP 6.65 (*Test Analysis Program*) programı kullanılarak (KR20) 0.89 olarak hesaplanmıştır. İlgili pilot uygulama sonrasında ölçekteki her madde için madde analizi yapılmış ve ayırıcılık ve güçlük indekslerine bakılarak 3 madde çıkarılmıştır. Ölçeğin son şeklinde 49 madde yer almaktadır. İçerik ve biçimsel açıdan yapılan son düzenlemeler sonrası 395 öğrencinin bulunduğu asıl örneklem grubuna 49 maddelik bu ölçek uygulanmıştır. Uygulama sonrasında öğrenci kâğıtları tek tek incelenmiş ve aynı anda hem cevap kodlama bölümüne (testin en arkasında bulunan) hem de test maddeleri üzerindeki şıklara işaretleme yapan bazı öğrenciler tespit edilmiştir. Bu tür çift işaretleme yapanlar arasında yanıtları arasında tutarsızlıklar bulunan 23 öğrencinin kâğıtları inceleme dışı bırakılmıştır. Son durumda yanıtları geçerli olan 372 kişi üzerinden yeniden ölçümlerin güvenilirliği hesaplanmış ve KR20 (Alpha)=0.936 ve KR21=0.925 olarak bulunmuştur. Ölçeğe yönelik madde analizleri ve güvenilirlik hesaplamaları da TAP 6.65 bilgisayar programı aracılığıyla hesaplanmıştır. Test maddelerinin güçlük indeksi ortalaması 0.516 ve ayırıcılık indeksi ortalaması ise 0.570 biçimindedir. Tekin, (2003) şunu ifade etmektedir, “öğrencilere not vermek, başarı düzeyleri hakkında bilgi toplamak ve dolayısıyla öğretime yön vermek için kullanılacak bir testin ortalama gücü 0,50 civarında olmalıdır. ... Orta güçlükteki bir test daha ayırt edicidir” (s.101-102). Genel olarak bir testteki maddelerin ayırt ediciliğine yönelik oranlar ise 0.19 ve daha küçük indeksli maddeler çok zayıf, 0,20--0,29 arasındaki indeksli maddeler düzeltilmeli/geliştirilmeli, 0,30--0,39 indeksli maddeler oldukça iyi maddeler ve 0,40 ve üstü indeksli maddeler ise çok iyi madde olarak nitelendirilmektedir. Bu bilgiler ışığında orta güçlükte olan ÖDBÖ'nin ilgili örneklem üzerinde ölçümlere ait güvenilirlik, ayırıcılık ve güçlük ölçütleri açısından yeterince güçlü olduğu ifade edilebilir.



3. BULGULAR VE YORUMLAR

Bu çalışma araştırmadan elde edilen yöntem bölümünde ortaya konulduğu üzere iki kategoriden oluşan ilk basamakta yer alan bulgular onlara dayalı yorumları içermektedir.

Birinci kategori ÖDBÖ'deki tüm maddelerin örneklemdaki bireylerce doğru olarak yanıtlanma oranlarına bağlı olarak genel durumu ve en az doğru yanıtlanan maddelerin örneklemdaki 3 grup (Fen Lisesi-FL, Anadolu Lisesi-AL ve Düz Lise-DL) açısından ayrıntılı analizlerini içermektedir. Madde madde yapılan analizlerde özellikle çeldirici gücü yüksek olan seçeneklerdeki yığılım yüzdelerine bağlı yorumlara yer verilmektedir. İkinci kategori aynı zamanda ölçek maddelerinin geliştirilmesinde temel alınan Bloom Taksonomisi'ndeki basamaklara göre ölçek maddelerinin dağılımını ve örneklemdaki öğrencilerin bu taksonomi çerçevesindeki öğrenmelerini ve hata-yanılgı durumlarını ele almaktadır. Ancak bu iki kategori birbirinden bağımsız olarak değil iç içe bir yapıda sunulmaktadır.

3.1 Kategori 1 ve 2 Çerçevesinde Bulgular ve Yorumlar

✓ Toplam 49 maddenin bulunduğu ÖDBÖ'nin öğrencilerce doğru olarak cevaplanma düzeyine yönelik genel bir resmi ortaya koymak için Tablo 2 hazırlanmıştır. Tabloda örneklemdaki toplam birey sayısı ve TAP programındaki analiz sonuçları göz önüne alınarak doğru yanıtlanma frekansları 8 grupta gösterilmektedir. Doğru olarak yanıtlanma frekansı 0 ile 75 arasındaki ilk grup ile 350-372 arasında olan son grup bulunan ölçek maddeleri ve bu maddelerin her grup için toplam sayısı verilmektedir. Ölçekteki doğru yanıtlanma ortalaması (median ve mod score) 25 dir. Tabloda görülebileceği üzere maddelerin doğru olarak yanıtlanma oranlarındaki yoğunluk örneklemdaki toplam birey sayısının yarısına yaklaşmaktadır. Doğru yanıtlanma oranı en düşük olan 0-75 aralığında yalnızca 1 soru yer alırken en üst grup olan 350-372 aralığında ise herhangi bir test maddesi bulunmamaktadır. En az (doğru) yanıtlanan maddeler 8, 18 ve 35 iken en çok doğru yanıt 1, 5 ve 10. maddelere verilmiştir. Frekansın en yoğun olduğu gruplar ise sırasıyla 4, 5 ve 3 tür. Bu bulgu bizim açımızdan doğal ve beklenen doğrultudadır. Çünkü ÖDBÖ genel olarak orta güçlükte bir ölçektir ve ayrıca örneklemdaki (ölçeğin uygulamasını gönüllü olarak kabul eden) lise öğrencileri ağırlıklı olarak Anadolu ve Fen Liselerinde öğrenim görmektedir ve bu liselerde öğrencilerin matematik başarıları diğer lise türlerinin üzerindedir.

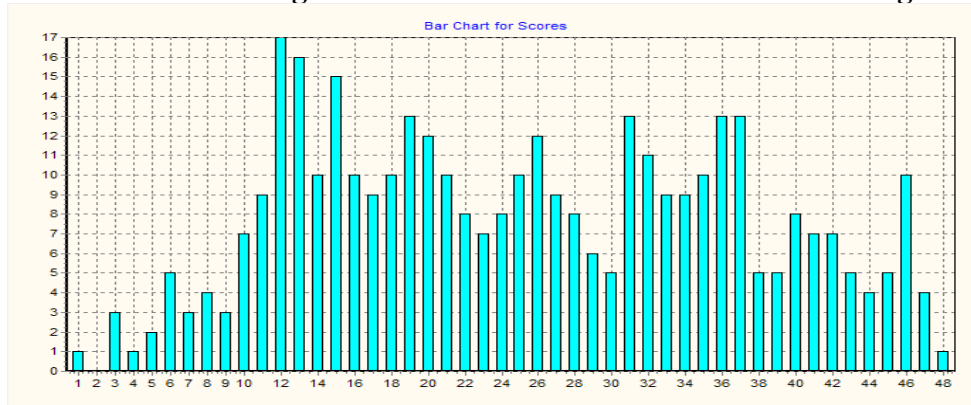
Tablo 2. Ölçek Maddelerinin Gruplara Göre Doğru Yanıtlanma Dağılımı

Grup	Doğru Yanıt Sayısı Aralıkları	Aralıklarda Yer Alan Test Maddeleri	Toplam Madde Sayısı
1	0-75 doğru	35	1
2	75-100 doğru	8,18	2
3	100-150 doğru	6,15,16,19,23,42,45,46,47	9
4	150-200 doğru	11,12,13,14,20,22,26,29,37,39,40,41,43,44,48,49	16
5	200-250 doğru	2,3,4,7,17,27,28,30,31,32,33,36,38,	13
6	250-300 doğru	9,21,24,25,34	5
7	300-350 doğru	1,5,10	3
8	350-372 doğru	--	0



Tüm maddeler göz önüne alındığında örnekleme 1 FL öğrencisi 48 maddeyi doğru yanıtlayarak en çok doğru yanıt sayısına ulaşırken 4 FL öğrencisi 47 maddeyi, 10 FL öğrencisi 46 maddeyi ve 5 FL öğrencisi 45 maddeyi doğru yanıtlamıştır. 12 ve 13 doğru yanıt sayısı en çok yığılım olan sayılardır. Örneklemin doğru yanıtlara göre genel dağılımı aşağıdaki grafikte gösterilmektedir.

Grafik 1. Doğru Yanıtlara Göre Örneklemdaki Genel Dağılım



Tablo 2 in oluşturulmasının da ki diğer bir amaç ise Bloom Taksonomi'sinin basamakları ile maddelerin doğru yanıtlanma grupları arasında bir ilişkinin kurulup kurulamayacağını araştırmaktır. Ölçekteki maddelerin taksonomi basamaklarına göre 2 öğretim elemanı ve 3 yüksek lisans öğrencisi tarafından belirlenmiş olan dağılımı Tablo 3 deki gibidir.

Tablo 3. Ölçek Maddelerinin Bloom Taksonomi'ne Göre Dağılımı

Bilişsel Düzey	Ortalama Güçlük	Test Maddeleri
Bilgi	0,576	1,4,19,29,33,39
Kavrama	0,562	2,13,20,25,27,28,32,34,37,38,47
Uygulama	0,559	3,5,9,10,11,12,14,15,21,22,24,26,30,31,36,40,41,48,49
Analiz	0,401	6,7,8,16,17,23,46
Sentez	0,363	18,42,43
Değerlendirme	0,291	35,44,45

Tablo 2 ve 3 bir arada ele alındığında ağırlıklı olarak yapıma oranı orta ve düşük olan 1. 2. ve 3 gruplardaki maddelerin analiz, sentez ve değerlendirme basamaklarında yığılım gösterdiği görülmektedir. Bilişsel gelişim basamaklarının karakteristikleri ve ölçeğin tutarlılığı açısından elde edilen bu bulgu da beklentiler yönündedir. TAP ile hesaplanan güçlük indekslerine bakıldığında madde güçlük ortalamalarının bilgi basamağından değerlendirme basamağına doğru azaldığı gözlenmektedir. Dolayısıyla daha güç olan maddelerin daha az doğru yanıtlanmasını beklemek doğaldır. Buraya kadar örneklemdaki tüm katılımcılara ilişkin var olan bulgular okul türlerine göre ele alındığında farklılaşmaktadır. Örneğin FL öğrenim gören öğrenciler için medyan (median score) 41, AL için 25 ve DL için 15 dir.



FL öğrencilerince doğru yanıtlanma oranı en az (%47'nin altında doğru yanıt verilen) olan üç madde **8.** (%45), **18.** (%30) ve **35.** (%11) sorulardır. Bu sorular Tablo 3 de görülebileceği gibi analiz, sentez ve değerlendirme basamaklarında yer almaktadır ve ayrıca bu üç soru tüm testte de en az doğru yanıtlanmış olan maddelerdir.

8-) Aşağıdaki kümeleri inceleyiniz.

I- $A = \{x: (x^2+9)(x+1)=0 \text{ ve } x \text{ doğal sayı}\}$

II- $B = \{x: x \text{ çift asal sayı}\}$

III- $C = \{x: x^2 < x, x \text{ reel sayı}\}$

IV- $D = \{x: x^2 = x, x \text{ negatif tamsayı}\}$

V- $E = \{x: |x| = 0 \text{ ve } x \text{ reel sayı}\}$

Verilen kümelerden hangileri boş kümedir?

A) I-IV-V

B) I-IV

C) II-III-IV

D) I-III-IV

E) II-III-IV-V

8. maddede doğru yanıt (%45) B iken yüksek işaretlenme sayısı ile D (%33) seçeneği çeldiriciliği en yüksek şıktır. Bu maddede öğrencilerin boş küme olan kümeleri belirlerken III de verilen C kümesinin elemanlarının hangi kümeye ait olduğuna dikkat etmeyerek ve genel bir alışkanlıkla x 'in tamsayı ya da doğal sayı olma durumuna yönelikleri düşünülmektedir. Ortak özellik yöntemi ile gösterimde cebirsel ifadeyi odaklanılırken o ifadeyi sağlayan elemanların bulunduğu yer (küme) ikinci planda

düşünüldüğünden hataya sebep olmaktadır. Böylece öğrenciler örneğin $x^2 < x$ açık önermesini sağlayan reel sayıların olabileceğini fark edememiştir.

Alt küme ve özalt küme kavramına ait bilgilerin yer aldığı 18. maddede doğru seçenek (%30) C iken çeldirici gücü yüksek diğer iki seçenek ise E (%34) ve A (%19) dır. Burada C ve E seçenekleri arasında belirleyici olan V. ifadedir. Özalt küme kavramı kümenin kendisi dışındaki alt kümelerini belirtirken öğrencilerce bu kavram boş küme dışındakiler olarak algılanmıştır. Elbette burada özalt küme sayısını veren formülde, (bir kümenin dâhil edilmemesi ile) toplam altküme sayısından 1 çıkarılıyor olmasının da bir etken oluşturduğunu düşünmekteyiz. Sonuç olarak bu seçeneği tercih eden öğrenciler altküme kavramına yönelik algılama yanlışlıklarından ileri gelen kavram yanlışlığına sahiptirler. A seçeneğinde ise $s(A) < s(B)$ ise $A \subset B$ durumunun daima doğru olabileceği yanlışlığı ortaya çıkmaktadır. Bu eğilimi gösteren öğrenciler iki kümenin eleman sayıları arasındaki bir ilişkinin kümelerin kendileri arasında da alt küme-kapsama boyutunda var olabileceği düşüncesini taşımaktadır. Üstelik bu ifadenin yer aldığı cümlede “daima” kelimesi ile dikkatin bazı örnekler üzerine yoğunlaşmasına engel olabilecek bir uyarın bulunmasına karşın öğrencilerin bir kısmı bu yanlışlığı sergilemiştir.

18-) Aşağıdaki kümeler ile ilgili bazı ifadeler verilmiştir. Bu ifadeleri inceleyiniz.

I- $s(A) < s(B)$ ise $A \subset B$ gösterimi daima doğrudur.

II- Bir kümenin elemanları kullanılarak oluşturulan yeni kümeler o kümenin alt kümeleridir.

III- $\{a,b\} \supset \{a,b,c\}$ gösterimi doğrudur.

IV- A kümesi B kümesinin alt kümesi ise $A \subset B$ şeklinde gösterilir.

V- Bir kümenin boş küme hariç alt kümelerine, kümenin özalt kümeleri denir.

Verilen ifadelerden doğru olanlar hangi seçenekte verilmiştir.

A) I-IV-V

B) I-II-IV

C) II- IV

D) I-II-III-V

E) II-IV-V



Kümelerin gösterim biçimleri ile ilgili 35. soruda ise verilen üç önermenin doğruluğunun sorgulanması istenmektedir. Doğru seçeneğin A (%11) olduğu bu maddede güçlü çeldiriciler D (%47) ve E (%23) seçenekleridir. Öğrencilerden her kümenin liste yöntemi, ortak özellik

35-) Kümelerin gösterim yöntemlerine ilişkin aşağıda verilen ifadelerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- I- Her kümeyi liste yöntemi ile yazabiliriz.
- II- Her kümeyi Venn şeması ile gösterebiliriz.
- III- Her kümeyi ortak özellik yöntemi ile yazabiliriz.

- A) Yalnız III
- B) Yalnız I
- C) Yalnız II
- D) I-II
- E) Hepsi

Örneğin rasyonel sayılar kümesi Q ve reel sayılar kümesi IR gibi. Doğal sayılar kümesi $IN=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ biçiminde ifade edilebilirken benzer bir yazımı Q ya da IR için yapmak mümkün değildir. Ancak bu gibi örnekler öğrencilerce göz önde bulundurulmamış ve genelde matematik ders, yardımcı ve test kitaplarında yer alan küme örnekleri akla getirildiği için söz konusu yanlışın oluştuğunu düşünmekteyiz. Venn şeması ile gösterimde kümenin sezgisel olarak resmedilmesi ve kendisi ve elemanlarına yönelik sezgisel bir yaklaşım esastır.

Kümelerin diyagramlar/şemalar kullanılarak gösterimi 1772 de Euler tarafından ifade edilmiş sonrasında John Venn (1881) tarafından yeniden ele alınarak kümeler arasındaki ilişkilerin ortaya konmasında kullanılmıştır (Bagni, 2006). Venn şeması ile gösterim genellikle kaynaklarda: bir kümenin elemanlarını kapalı düzlemsel bir şekil içerisinde yazılması biçiminde belirtilmektedir. Konu ile ilgili olarak Bagni (2006), şunu ifade eder; Euler-Venn diyagramları öncelikle (kabul edilmiş/onaylanmış yapılar aracılığıyla geometrileştirilmenin yapıldığı) kapalı düzlemsel şekiller içerisindeki noktalar olarak “kabul edilmiş yapıları” (predicative structure) göstermektedir. Bu görüşünün ardından (Bagni, 2006:263), Ferro’ dan yararlanarak diyagramlara (şemalar) ilişkin şu fikri ortaya koymaktadır;

Diyagramlar bir nokta ile gösterilen bir ögenin (elemanın) bir kümeye ait olmasını çağırır, bununla birlikte eğer göz önüne alınan öge bir küme ise bu durumu nasıl gösterebiliriz? (. . .) Bir ögenin iç (içsel) bir bölge/alan olarak gösterilmesi yanlışta neden olur, çünkü bu gösterim elemanı olma (belonging) ve alt küme ilişkisi arasında karışıklığa yol açar (Ferro, 1993: 1086).

Buradan hareketle Venn şeması ile gösterimin aslında kümeyi sezgisel ve genel anlamda örnekleme için kullanılıyor olmasına karşın aslında matematiksel olarak var olan küme kavramının tam anlamsal karşılığı olmadığı düşüncesi ve sonuç olarak tüm kümelerin Venn şeması ile gösteriminin yapılamayacağı kanaatini oluşturmaktadır. Dolayısı ile 35. soruda tek doğru önerme sadece tüm kümelerin ortak özellik yöntemi ile gösterilebileceğidir. Ortak özellik yöntemini ifade ederken günlük yaşam ya da çevreden örnekler vermek yerine matematiksel anlamda ele almak daha yararlı ve açıklayıcı olacaktır. Ancak öncelikle ‘ortak özellik’ ifadesinin ne anlam taşıyacağına yönelik bazı hususlara değinmekte yarar vardır. Küme bilinen genel yanlış algılamaya ile rastgele bir *nesne topluluğu* değildir. Baki ve Şahin (2004), çalışmalarında Skemp’in ifadesinden de yararlanarak şunu ifade etmektedir; Verilen bir nesnenin bu *nesne topluluğuna* ait olup olmadığı konusunda herkes hemfikir olmalıdır (Skemp, 1993) ve kümenin bir kural, liste veya formül ile tanımlanır ve elemanları açık ve net olarak bilinir (s.4) bir biçimde ortaya konması gereklidir. İşte bu noktada kümenin



elemanlarının, matematiksel olarak (tümünün bilinir olması zorunlu olmadan) belirlenebilir olmasını sağlayan özelliğin ifade edilmesinin gerekliliği gündeme gelir. Matematiksel olarak gösterecek olursak Nesin'in (2008) "Sezgisel Kümeler Kuramı" adlı kitabındaki yaklaşımından yararlanabiliriz.

Genel olarak X bir küme ise $\{x \in X : P(x)\}$ ile gösterilen küme X 'in P özelliğini sağlayan elemanlarının kümesi anlamına gelir. Örneğin $\{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ kümesi \mathbb{R} nin $a < x < b$ eşitsizliği sağlayan x elemanlarının kümesidir (s. 11).

Dolayısı ile ortak özellik sadece bir kümenin elemanlarını belli bir yönden sahip olduğu genel bir karakteristik değil o kümenin hangi elemanlardan oluştuğuna yönelik verilmesi gereken kesin cevaba bir gönderim olarak algılanmalıdır. FL öğrencilerinin yanıtlarına yönelik bulgu, yorum ve açıklamalardan sonra AL öğrencilerinin yanıtlarına bakılacak olursa:

Öğrencilerinin doğru yanıtlanma oranı en az (%34 altında doğru yanıt verilen) olan yedi madde **6.** (%18), **8.** (%22), **18.** (%19), **23.** (%27), **35.** (%3), **45.** (%25) ve **46.** (%32) biçiminde

- 6-)** $A = \{-1, 3\}$
 $B = \{\dots\}$
 $C = \{x : (x^2 - 9)(x + 1) = 0 \text{ ve } x \text{ reel (gerçek) sayı}\}$
 $D = \{-3, -1, 3\}$
 $E = \{\text{sıfırdan küçük ilk üç asal sayı}\}$
 $F = \{-3, -5, -7, -11\}$

Verilen kümelerden hangileri birbirine eşittir?

- A) Yalnız E ve D D) Yalnız C ve D
 B) Yalnız E ve C E) Hiçbiri
 C) E ile B ve C ile D

- 23-)** Aşağıda verilen kümelerden hangisi ya da hangileri boş kümeden farklıdır?

- I- $A = \{x : 3x - 1 = 1, x \in \mathbb{Z}\}$
 II- $B = \{x : x^2 = 3, x \text{ irrasyonel sayı}\}$
 III- $C = \{x : x^4 = -1, x \in \mathbb{Z}\}$
 IV- $D = \{x : 3x - 1 = 1, x \in \mathbb{R}\}$
 V- $E = \{x : x^2 = 3, x \in \mathbb{Q}\}$
 VI- $F = \{x : x^4 = -1, x \in \mathbb{Q}\}$

- A) II-VI B) I-III C) III-IV
 D) II-III E) II-IV

sıralanabilir. 6. soruda doğru seçenek (%18) C iken öğrencilerin %26'sı D seçeneğini ve %30'u ise E seçeneğini işaretlemiştir. Bu maddede iki kümenin eşitliği ve kümelerin farklı gösterim biçimleri bir arada sorgulanmaktadır. En yoğun yığılımın E seçeneği "hiçbiri" üzerinde olması ilk bakışta ağırlıklı olarak kümelerin gösterim biçimleri ve diğer matematiksel ön öğrenmelerde (denklem, denklemin kökü, asal sayı gibi) sıkıntılar olduğunu düşündürmektedir.

Yanlış düşünceye sebep olan bir ön bilgi eksikliği ya da ön öğrenmelere dönük yanılgılar olabilir. Bu durum sorgulamasına yedi sorunun tümünü irdeledikten sonra tekrar dönülecektir. 8., 18. ve 35. maddeler FL öğrencilerinde olduğu gibi AL öğrencileri içinden en az doğru yanıt verilen maddeler kategorisindedir. İlginç bulgulardan biri FL öğrencilerinin doğru yanıtlanma yüzdeleri ve çeldiricilere yönelik yığılımları AL öğrencilerinde de oldukça paralel olarak belirmesidir (bkz. tablo 4). Bu sonuç her iki okul türü içinde neredeyse (18. madde çeldirici 2 hariç) tamamen örtüşen bir resmi ortaya koymaktadır.

Tablo 4. 8., 18. ve 35. Maddelerin Seçeneklerine Göre Öğrenci Yanıtları

	Doğru Seçenek		Çeldirici 1		Çeldirici 2	
8. madde	B (%45)	B (%22)	D (%33)	D (%24)	--	A (%19)
18. madde	C (%30)	C (%19)	E (%34)	E (%34)	A (%19)	B (%12)
35. madde	A (%11)	A (%3)	D (%47)	D (%44)	E (%23)	E (%30)
	FL	AL	FL	AL	FL	AL



18. maddede FL öğrencilerinin ikinci çeldirici olarak A seçeneğini işaretlerken AL öğrencileri B ye yönelmiştir. 18. maddede I ifadesinde $s(A) < s(B)$ ise $A \subset B$ durumunun daima doğru olabileceği yanılısı ortaya çıkmaktadır. Bu eğilimi gösteren öğrenciler iki kümenin eleman sayıları arasındaki bir ilişkinin kümelerin kendileri arasında da (alt küme-kapsama ilişkisinde) var olabileceği düşüncesini taşımaktadır.

23-) Aşağıda verilen kümelerden hangisi ya da hangileri boş kümeden farklıdır?

- I- $A = \{x: 3x-1=1, x \in \mathbb{Z}\}$
 II- $B = \{x: x^2=3, x \text{ irrasyonel sayı}\}$
 III- $C = \{x: x^4=-1, x \in \mathbb{Z}\}$
 IV- $D = \{x: 3x-1=1, x \in \mathbb{R}\}$
 V- $E = \{x: x^2=3, x \in \mathbb{Q}\}$
 VI- $F = \{x: x^4=-1, x \in \mathbb{Q}\}$

- A) II-VI B) I-III C) III-IV
 D) II-III E) II-IV

23. maddeye gelindiğinde ise AL öğrencilerinin doğru seçenek olan (%27) E dışında en çok işaretledikleri seçenek A (%13) dır. Bu maddede boş küme kavramı ortak özellik yöntemi ile verilen örnekler yoluyla sorgulanmaktadır. Yapılma yüzdesi düşük olan bu maddede gerek A seçeneğini ve gerekse diğer seçenekleri işaretleyen öğrencilerin temel yanılısının bir kümenin ortak özellik yöntemi ile gösterimi yapıldığında verilen matematiksel ifadenin tam olarak yorumlanamaması ya da anlamlandırılmaması olduğu düşünülmektedir. Örneğin A seçeneği işaretlenerek VI ifadesindeki $x^4 = -1$ eşitliğini sağlayan bir rasyonel sayı olamayacağı yorumu yapılamamıştır.

45-) "32 kişilik bir toplulukta 18 kişi futbol, 12 kişi basketbol oynamaktadır. Her iki oyunu oynamayan kaç kişi vardır?"

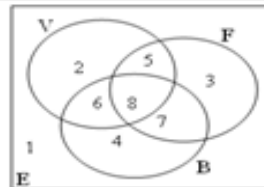
Sorunun çözülebilesi için aşağıdakilerden hangisinin verilmesi yeterli değildir?

- A) En az bir oyun oynayanların sayısı.
 B) Yalnız futbol oynayanların sayısı.
 C) Yalnız basketbol oynayanların sayısı.
 D) Basketbol oynamayanların sayısı.
 E) Futbol ve basketbol oynayanların sayısı.

46-) Son olarak 45. ve 46. maddelere gelindiğinde AL öğrencilerinin tercihleri şu yöndedir. 45. maddede doğru seçenek (%25) D iken A (%27) ve E (%20) seçenekleri önemli çeldiriciler durumundadır. 45. madde kaynaklarda yaygın olarak problem tipi olarak ifade edilen klasikleşmiş bir sorudur. Futbol ve basketbol oynayanların bulunduğu bir toplulukta her iki oyunu oynamayanların sayısı istenmektedir ancak seçeneklerde sorunun çözümü olan sayı değil bu soruda isteneni bulmak için verilen ifadelerden hangisinin yeterli olmadığına karar verilmesi beklenmektedir. Yoruma ve seçeneklerdeki ifadelerin tek tek ele alınmasına dayalı bu soruda kümelerin birleşimi, evrensel küme ve bir kümenin tümleyenini olan küme gibi bilgilerin kullanımına dayalı bir sözel problem durumunun matematiksel modellenmesi ve model yardımıyla çözüm için akıl yürütülmesi gerekmektedir.

AL öğrencileri A seçeneği üzerine yoğunlaşan yanıtları ile 32 kişilik topluluktaki en az bir oyunu oynayanların sayısını bilmenin çözüm için yeterli olmadığı sonucuna varmışlardır. Burada akıl yürütme sürecindeki sıkıntılar hem matematiksel modelin doğru kurulamaması hem de

46-)



Yukarıdaki şemada voleybol, futbol ve basketbol oynayanlar ile bu oyunlardan hiç birini oynamayanın bulunduğu bir sınıftaki öğrenci sayıları verilmektedir.

Verilenlere göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) En çok iki spor yapan 28 kişi vardır.
 B) Yalnız bir spor yapan 9 kişi vardır.
 C) En az bir spor yapan 35 kişi vardır.
 D) En az iki spor yapan 30 kişi vardır.
 E) En çok bir spor yapan 10 kişi vardır.



modelin seçeneklerdeki ifadeler açısından doğru yorumlanamamasından ileri gelmiş olduğuna inanılmaktadır. En az bir oyunu oynayanlar hem yalnız bir oyunu oynayan hem de iki oyununa oynayan bireylerdir. Dolayısı ile onların sayısı (F: futbol oynayanların kümesi ve B: basketbol oynayanların kümesi) $s(F \cup B)$ yi ifade etmektedir ve istenen ise $s(F \cup B)^1$ olduğundan A seçeneğindeki ifade çözüm için yeterlidir.

46. maddede ise her biri diğer ikisi ile kesişim durumunda olan üç kümenin geometrik modellenmesi verilerek modele dayalı verilen ifadelerden yanlış olanının belirlenmesi istenmektedir. Doğru seçeneğin (%32) D olduğu maddede en güçlü çeldirici A (%25) dir. Sınıfta en çok iki spor yapan öğrencilerin sayısını 28 olarak bulan öğrencilerin “en çok iki spor yapan” ifadesini yorumlamada hata yaptıkları düşünülmektedir. Bu ifade iki sporu yapan-1, yalnız bir sporu yapan-2 ve iki sporu da yapmayan-3 öğrencileri işaret etmektedir. Bu 3 gruptaki öğrencilerin toplam sayısı ise 28 dir. Kanımızca yanlış bu 3 gruptan biri ya da bir kaçının modelde karşılığı olan yerin yanlış algılanmasından kaynaklanmaktadır.

Buraya kadar 7 ölçek maddesinin irdelemesi yapıldıktan sonra yukarıda 6. maddenin yorumunda belirtildiği üzere kümelerin ortak özellik yöntemi ile gösterimlerinin sorgulandığı maddelerdeki yanlış eğilimlerin nedeni şu şekilde yorumlanabilir; Tüm sorular göz önüne alındığında 6. 23. ve hatta bu yedi soru içerisinde yer almayan ancak benzer olarak ortak özellik yöntemi ile gösterim biçimini içeren 14. maddede doğru yapıma yüzdelerinin % 35 in altında olması, yaşanan sorunun ön öğrenmelerdeki sıkıntılardan çok kümenin ortak özellik yöntemi ile gösterim biçimine yönelik var olan yanlışlardan kaynaklandığını düşündürmektedir.

Örneklemin üçüncü grubu olan DL öğrencileri için ölçekten elde edilen bulgularına bakıldığında FL ve AL öğrencilerine göre genel olarak doğru yanıt oranında azalma ve %25 ve altında (FL öğrencileri için bu oran %47 ve AL için %33 tür) doğru yanıt verilen madde sayısında artma görülmektedir. %25 ve altında bir oranında doğru yanıt verilen madde sayısı 13 tür. Söz konusu ölçek maddeleri **8.** (%19), **15.** (%21), **18.** (%22), **23.** (%14), **35.** (%21), **37.** (%23), **40.** (%23), **41.** (%19), **42.** (%24), **45.** (%15), **46.** (%24), **47.** (%19) ve **48.** (%13) dir. DL öğrencilerinin ölçekteki maddeleri doğru yanıtlamadaki genel durum altı grup altında Tablo 5’te gösterilmiştir.

Tablo 5. Ölçek Maddelerinin DL ye Göre Doğru Yanıtlanma Dağılımı

Grup	Doğru Yanıt Sayısı Aralıkları	Aralıklarda Yer Alan Test Maddeleri	Toplam Madde Sayısı
1	0-15 doğru	23,45,48	4
2	15-30 doğru	6,8,13,15,16,17,18,22,26,27, 33, 35, 37,40,41,42,44,46,47	19
3	30-45 doğru	3,4,11,14,19,20,28,29,30,31,32,36, 38,39,43,49	15
4	45-60 doğru	7,9,12,24,34	5
5	60-75 doğru	2,21,25	3
6	75-100 doğru	1,5,10	3

Tablo 5’te görülebileceği gibi Bloom Taksonomisi’nde analiz, sentez ve değerlendirme basamaklarında yer alan maddeler çok büyük bir oranda 1. ve 2. grupta yer almaktadır. Ayrıca



önceki bölümlerde incelenen FL ve AL öğrencilerince en az doğru yanıtlanma oranına sahip tüm maddeler (Tablo 5'te koyu olarak gösterilmiştir) yine 1. ve 2. grupta bulunmaktadır. Doğru yanıtlanma oranını %25 ve altı olarak (sıralanan 13 madde) sınırlandırdığımızda ise 6. madde hariç FL ve AL öğrencilerine yönelik irdelenen ele alınan tüm ölçek maddeleri yine DL örnekleminde de en alt grupta yer almaktadır. Tablo 4 de 8., 18. ve 35. maddeler için ortaya konan durum DL öğrencileri için büyük oranda benzer niteliktedir. DL öğrencileri 8. maddede doğru seçenek olan (%19) B dışında A (%27) çeldiricisi; 18. maddede doğru seçenek olan (%22) C dışında E (%20) çeldiricisini ve 35. maddede ise doğru seçenek olan (%21) A seçeneği dışında D (%26) ve E (%18) çeldiricilerini işaretlemişlerdir. Dolayısı ile ilgili üç sorudaki hata yanılı durumları için diğer örneklem gruplarına benzer yorumlara varılabilir. Üç örneklem grubunu bir arada ele almadan sadece AL ve DL öğrencilerince (ortak) yanıtlanma oranı düşük olan maddelere (23., 45. ve 46.) bakıldığında yine oldukça paralel sonuçlara ulaşılmaktadır.

Tablo 6. 23., 45. ve 46. Maddelerin Seçeneklerine Göre Öğrenci Yanıtları

	Doğru Seçenek		Çeldirici 1		Çeldirici 2	
23. madde	E (%14)	E (%27)	A (%18)	A (%13)	B (%18)	--
45. madde	D (%15)	D (%25)	E (%25)	A (%27)	A (%22)	E (%20)
46. madde	D (%24)	D (%32)	A (%27)	A (%25)	C (%16)	--
	DL	AL	DL	AL	DL	AL

Tablo 6 incelendiğinde her üç madde için DL öğrencilerinin doğru yanıtlanma yüzdesinin AL öğrencilerinkinden düşük olduğu görülmektedir. Verilen 3 madde için çeldiricilerin durumuna bakıldığında ise 23. madde için A, 45. madde için E ve A, 46. madde için ise A işaretlenerek her iki grup içinde hata-yanılı eğilimlerinin benzer olduğu ortaya çıkmaktadır. Ancak DL öğrencilerinin yanıtlarında çeldiricilerin daha iyi çalıştığı ve öğrencilerin sahip oldukları hata ve yanılıların DL örneklem grubunda daha büyük bir oranda var olduğu görülmektedir. Her üç grup içinde aynı sorular üzerinde aynı çeldiricilere yığılım olması ilginç bir sonuçtur. DL öğrencilerince %25 ve altında bir oranında doğru yanıt verilen 13 madde içerisinde geriye kalan maddelere verilen yanıtlar incelendiğinde aşağıdaki bulgulara ortaya çıkmaktadır.

Madde 15 özalt küme sayısının bulunmasını

15-) A ve B iki küme olmak üzere, $s(A)=s(B)+2$ dir. A ve B kümelerinin özalt kümelerinin sayıları toplamı 78 ise, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

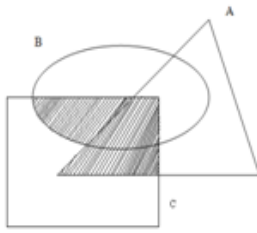
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

sağlayan formülün uygulamasına yöneliktir. Ancak soruda verilenler formülün doğrudan örneklenmesi değil alıştırmaları niteliğindedir. İki kümenin eleman sayıları arasındaki ilişki verilmekte ve A kümesinin eleman sayısının bulunması istenmektedir. Doğru seçeneğin (%21) C olduğu maddede DL öğrencileri A (%20) seçeneğine yönelmektedir. Maddede 2 bilinmeyenli 2 denklemin oluşturularak çözümü yapılabilir ve çözümde üslü ifadeler üzerine yer alan temel özelliklerden yararlanılabilir. Bazı öğrencilerin ölçekte soru üzerindeki el yazılarında da bu yolu tercih ettikleri görülmektedir. Gerekli işlemler sonrasında $s(A)=6$ ve $s(B)=4$ çıkmaktadır. Burada yanlış seçeneklere yönelmenin birkaç nedeni olabilir. İlki iki bilinmeyenli iki denklem sisteminin oluşturulması ve çözümünde, ikincisi üslü ifadelerle işlem yapmada, üçüncüsü özaltküme kavramına yönelik ve sonuncusu ise verilen ve istenen arasındaki geçişte dikkatsizlik. Özaltküme kavramında ya da sayısının bulunmasına yönelik formülün uygulanmasında bir sıkıntı olmadığı düşünülmektedir. Çünkü 5., 9. ve 10. maddelerde aynı kavram ele alınmaktadır ve



bu maddelerin doğru yapılma oranları %75 ve üzerindedir. Üslü ifadelerle yönelik bilgilerdeki yetersizliğinde bu duruma yol açmadığı düşünülmektedir. Çünkü hem 5., 9. ve 10. maddelerde hem de özellikle 21. maddede üslü sayılara yönelik işlemsel bilgilere ihtiyaç vardır 21. madde de yaklaşık %69 oranında doğru yanıtlanmıştır. Biz bu aşamada yanlış yönelimin son seçenekte yani verilen istenen arasındaki bağlantının doğru kurulamamasında olduğuna ve $s(B)=4$ olduğu için doğru yanıt olarak dikkatsizlikle A seçeneğinin işaretlendiğine inanıyoruz. Çünkü madde 15. için FL ve AL öğrencilerinin yanıtlarına bakıldığında FL öğrencilerinde doğru seçenek dışındaki tek çeldiricinin A (%18) olduğu, AL öğrencilerinde de benzer biçimde en güçlü çeldiricinin A (%20) olduğunu görmekteyiz.

37-)



Yanda verilen taralı alan aşağıdaki seçeneklerden hangisinde doğru olarak gösterilmiştir?

- A) $(A \cup B) \cap C$ B) $A \cap (B \cap C)$ C) $(A \cup B) \cap C$
D) $A \cap (B \cup C)$ E) $(A \cup C) \cap B$

Doğru seçeneğin (%23) C olduğu madde 37 de ise DL öğrencileri B (%38) ye yönelmektedir ve B güçlü bir çeldirici olarak belirmektedir. Birbirleri ile kesişim alanları bulunan üç kümenin Venn şeması ile gösterildiği maddede taralı alanın karşılığı olan ifadenin ne olduğu sorulmaktadır. DL öğrencileri büyük oranda B seçeneğine yönelerek taralı kısmın $A \cap (B \cap C)$ yi ifade ettiğini düşünmektedir. Verilen bir şekil üzerindeki bilgilerden yorum yapılarak

kümeler hakkında bilgilerin sorgulandığı diğer maddelere bakıldığında [25. madde E^* (%60); 27. madde E^* (%29) ve B (%22); 28. madde B^* (%33) ve E (%24); 31. madde E^* (%30) ve D (%23); (*) doğru seçeneği göstermektedir.] 25. madde hariç DL öğrencilerinin benzer sıkıntılar yaşadıkları görülmektedir. Bu bulgudan yola çıkarak öğrencilerin taralı alanların neyi ifade ettiğini belirlemeye yönelik birtakım yanılgılara sahip oldukları söylenebilir. Taralı alanların karşılıklarının bulunmasına yönelik tüm maddelerde DL öğrencileri yanılgıya düşmektedir ancak bu madde grubunda en fazla yanılgı oranı 37. madde de belirmektedir.

%25'in altında doğru yanıtlanma oranına sahip bir diğer madde 40 dır. Ancak 40. madde de doğru seçenek olan D (%23) nin tercih edilme oranındaki düşüklük dışında diğer seçeneklerde belirli bir baskın eğilim ortaya çıkmamıştır. Seçeneklerdeki yüzde dağılımları aşağı yukarı (%12 ile %16) arasında benzer bir dağılımda olup güçlü bir çeldirici yoktur.

Ölçekteki 41. madde ortak elemanları olan ve liste yöntemi ile gösterilen iki küme aracılığıyla

$$41-) A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{a, b, 3, 4\}$$

Kümeleri veriliyor. Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) A kümesi B kümesine denktir.
B) $A \cap B$ kümesinin alt küme sayısı 4'tür.
C) $A \cap B^c$ kümesinin alt küme sayısı 4'tür.
D) $A \cup B$ kümesinin alt küme sayısı 64'tür.
E) $A^c \cap B$ kümesinin alt küme sayısı 16'dır.

kümelerde denklik, tümleyen, kesişim ve birleşim işlemlerine yönelik bilgiler sorgulanmaktadır. Bu madde de doğru seçenek (%19) E ve en güçlü çeldirici ise C (%26) dır. 41. madde AL öğrencilerine yönelik ayrıntılı olarak (yukarıda) ele alınan maddeler içerisinde yer almasa da seçeneklerdeki oran [E^* (%49) ve C (%21) diğer seçenekler %10 ve atındadır) açısından DL öğrencilerine paraleldir.

Ölçeğin genelinde var olan örtüşük durum bu madde de devam etmektedir. DL öğrencileri



seçeneklerde verilen $A \cap B^1$ nin eleman sayısının 4 olmadığını düşündüklerinden doğru yanıtta fazla C çeldiricisine yönelmiştir. Bir kümenin tümleyeni olan kümeye yönelik bilgiler yalnızca C ve E seçeneklerinde gereklidir ve bu seçeneklerin birisi doğru yanıt diğeri de en güçlü çeldirici görevindedir. Dolayısıyla tümlemeye yönelik bilgileri doğru yapılandırmış olan öğrencilerin E, bu bilgilerinde bazı yanlışlar barındıranların ise C seçeneğine yöneldiği düşünülmektedir. Bu düşüncenin doğmasında tümlemeye yönelik bilgilerin kullanımını içeren hem 40. madde hem de 16. madde de doğru yanıtlanma oranı düşük olmasıdır. Hatta 40. madde güçlü bir çeldirici olmaması nedeniyle yukarıda yorumlanamazken 41. madde de beliren sonuçlar sonrası o (40.) maddeinde öğrencilerin bir kümenin tümleyeni kavramına dair birtakım yanlışlarının olabileceği akla gelmektedir.

Madde 47 gelindiğinde ise doğru seçenek (%19) D iken DL öğrencileri (%29) B çeldiricisine yönelmiştir. Verilen beş ifadenin hangilerinin yanlış olduğunun belirlenmesine dayalı soruda ifadeler açısından doğru yanlış sıralaması I-(Y), II-(D), III-(Y), IV-(Y) ve V-(D) biçimindedir. Dikkat edilirse eğer doğru olan maddeler sorulmuş olsaydı cevapta II ve V bulunmalıydı ve III e göre karar verilemesi gerekli olacaktı. Yani III doğru ise yanıt II-III-V biçimde aranmalıydı. Dikkatsiz davranılarak yanlış olan ifadeler değil doğru olan seçenekler belirlenmeye çalışıldığında yalnız II ve V i içeren bir seçenek olmadığı için III doğru kabul edilerek B seçeneğine yönelmek mümkündür. Öğrencilerce I ifadesinin yanlış olduğunun fark edilmesi yüksek olasılıktır. Çünkü 39. madde de ayrık kümenin özelliğini içeren ifade büyük bir oranda (%62) doğru olarak işaretlemiştir. I' i barındırmayan ve doğru ifadelerin yer aldığı tek seçenek B görünümündedir. Bu durumda III için yorum yapılamamış olsa bile doğru kabul etme eğilimin fazla olması doğaldır. Bu madde için yaptığımız akıl yürütmeye göre DL öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel olarak kendilerine tanıdık gelmeyen bir ifade ile karşılaştıklarında sezgisel olarak davrandıklarını ve dikkatsiz olduklarını düşünebiliriz. Eğer akıl yürütmemiz geçerli değilse o durumda öğrencilerin ciddi hatalara düştüklerini kabul etmemiz (örneğin $A \subset B$ ise $A \setminus B$ 'nin boş küme ya da $B \subset A$ ise $B \setminus A = B$ olacağı gibi) gerekir. Ancak alt küme, boş küme ve kümelerde fark işlemi ve özelliklerine yönelik bu denli temel noktalarda yanlışların olmadığı ölçekteki diğer maddelere verilen yanıtlardan görülebilmektedir.

Son olarak 48. maddeye verilen yanıtlar incelendiğinde ise, doğru seçenek (%13) B iken, DL öğrencilerinin (%35) C ve (%25) E çeldiricilerine yöneldikleri görülmektedir. Bu madde de $A \not\subset B$ iken birleşim kümesinin eleman sayısını $s(A \cup B)$ bulmak için kümeler ayrık biçimde düşünülmemekte ve $s(A \cup B) = s(A) + s(B)$ şeklinde hesaplanmaktadır. $A \not\subset B$ durumunda birleşimin eleman sayısını en az kılacak şekilde $A \setminus B$ kümesinin bir elemandan oluşabileceği düşünülmemektedir. Bu sonuç öğrencilerin düz mantıkla çözüm yapmayı denediklerini ve verilen-istenen ilişkisine farklı açılardan bakamadıklarının bir örneğini ortaya koymaktadır.

47-) Aşağıda verilen ifadelerden hangileri yanlıştır?

- I- İki küme ayrık ise eleman sayısı fazla olan diğer kümeyi kapsar.
 II- $A \subset B$ ise $A \setminus B = \emptyset$ dir.
 III- $A \setminus B = A$ ve $B \setminus A = A$ ise A ve B denk kümelerdir.
 IV- $B \subset A$ ise $B \setminus A = B$ dir.
 V- $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise $A = B$ dir.

- A) I-II-III B) II-III-V C) I-II-III-V
 D) I-III-IV E) Hepsi

48-) $A \not\subset B$ olmak üzere $s(A)=7$ ve $s(B)=13$ ise, $s(A \cup B)$ 'nin en küçük değeri nedir?

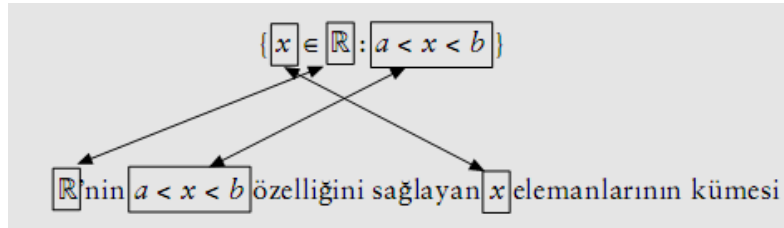
- A) 8 B) 14 C) 20 D) 24 E) 6



SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmada elde edilen bulguların ortaya çıkardığı genel durum şu şekilde özetlenebilir; Kümeler konusuna yönelik öğrencilerce (ölçekteki maddeler kapsamında) sergilenen hata ve yanlışlar FL den DL ye doğru hem madde sayısı hem de hata-yanılgıya sahip olan gruplardaki birey sayısı açısından artış göstermektedir. Oranca en fazla hata-yanılgıya sahip olan grup DL öğrencileridir. Her 3 grup içinde hata-yanılgı durumu yoğun olan ölçek maddeleri (8., 18. ve 35.) Bloom Taksonomisi'nin üst düzey bilişsel davranışları içeren analiz, sentez ve değerlendirme basamaklarında bulunmaktadır. Bu sonucun genellikle her üç lise türünde de matematik öğretiminin öğretmen merkezli ve ağırlıklı olarak alıştırmaya, uygulama, test çözümüne dayalı olmasından ve analiz, sentez ve değerlendirme becerilerinin yer aldığı problem durumları ya da etkinlik uygulamalarına gerektiği ölçüde yer verilmediğinden ileri geldiğini düşünmekteyiz. Öğrenme durumları açısından bu sonuç, öğrencilerin işlemsel bilgi ve becerilerine nazaran kavramsal bilgi ve yorumlamalarında eksiklikler olduğu kanaatini ortaya çıkarmaktadır. ÖDBÖ de bulunan maddelerden doğru yanıtlanma oranları açısından en yüksek yüzdeye sahip grubun işlem-uygulama içerenler olması da bu görüşü desteklemektedir. ÖDBÖ örnekleme bulunan her üç grup içinde oldukça tutarlı bulguları ortaya çıkarmıştır. FL öğrencilerinden DL öğrencilerine doğru genişleyen hata ve yanlış yelpazesi hem aynı maddeler hem de benzer seçenekler (çeldiriciler) üzerinde belirlemekte ve dolayısı ile (özellikle FL-AL ve AL-DL ikili geçişlerde) benzer eğilim ve tercihlerin varlığını (bkz. tablo 4 ve 6) ortaya çıkarmaktadır.

Örnekleme öğrencilerde genel olarak var olan hata ve yanlışlardan biri kümelerin okunması daha açık bir tabirle bir kümenin hangi elemanlara sahip olduğunun açık ve net olarak belirlenememesidir. 6. 8. maddelerde ortaya çıkan hata-yanılgı durumları bu durum örnekleridir. Bu tür bir eğilimin dikkatsizlik ya da kümenin kavramsal olarak neyi ifade ettiği ya da etmediğine yönelik bilgi eksikliklerinden de kaynaklanması olasıdır. Bu tür hataların oluşmasını önlemenin bir yolu matematiksel olarak gösterilmiş bir kümenin (özellikle iyi tanımlılık altında) nasıl anlamlandırılması gerektiğinin daha açık ve net bir şekilde ortaya konmasının sağlanması olabilir. Kastedilen anlamlandırmayı örnekleme için matematiksel bir ifadenin nasıl okunması (kavranması) gerektiğinin güzel bir örneği olan aşağıdaki eşleştirme sunulabilir.



(Nesin, 2008: 11)

Öğrencilerde genel olarak var olan hata ve yanlışların bir diğer kaynağı ise maddelerde verilen-istenen arasındaki ilişkilerin iyi kurulamamasıdır. Bu tür durumlarda da genellikle alışkanlıkları doğrultusunda ya da sezgilere dayalı düz mantıkla hareket eden öğrenciler yeterince sorgulama yapmayarak hataya düşmektedir. Özellikle AL ve DL öğrencilerinde yapıma oranı düşük olan maddelerin yorum gerektiren ve klasik örnekleme ya da alıştırmaya kalıplarında yer almayan biçimlerde olduğu görülmektedir. Bu tarz maddeler aynı ön bilgileri



barındıran ancak farklı uyarılma ve bilgi ötelemelerine gereksinim duyulan durumlarda öğrencilerin akıl yürütme süreçlerinde sınırlılıklar olduğunu ortaya koymaktadır. Bu sınırlılıkların matematik öğretim biçiminin hala büyük oranda tek yönlü bilgi aktarımı şeklinde yapılmasından ileri geldiğini söylemek mümkündür.

Ağırlıklı olarak DL öğrencilerinde ve kısmen AL öğrencilerinde gözlenen hata-yanılgı durumlarının bir grubu ise kümelerde kesişim, birleşim, tümlene vd işlem özelliklerinin geometrik modeller üzerinde sorgulandığı maddeler oluşturmaktadır. Sözel ya da matematik olarak verilen ifadelerdeki ilişkiler geometrik modeller üzerinde (ya da tam aksi yönde modellenen matematiksel gösterime) doğru olarak belirlenmemektedir. Özellikle taralı alanın karşılığı olan matematiksel yazımlara dönük maddelerde DL öğrencileri büyük ölçüde yanılığa düşmektedir. DL öğrencilerindeki hata-yanılgı dağılımı Bloom Taksonomisi'nin üst düzey bilişsel basamaklarının yanı sıra uygulama ve kavrama basamaklarında da yer almaktadır. Dolayısı ile DL öğrencilerinin öğrenmelerine yönelik hem kavramsal hem de işlemsel düzeyde sıkıntılar olduğu ifade edilebilir.

Bu çalışmanın bulguları ışığında ortaya konabilecek temel öneri, öğretmen merkezli tek yönlü bilgi aktarımına dayalı öğretim anlayışından öğrencileri bireysel ya da grup çalışmaları yoluyla sorgulama, yorumlama ve tartışmalar yapmalarına imkân sağlayan öğretim anlayışına geçilmesidir. Kümeler konusundaki hata ve yanılgıların genellikle üst düzey bilişsel davranışlar içeren basamaklarda olması ve özellikle kavramların özelliklerinin iyi bilinmesine dayalı, yorumlama ve alternatif akıl yürütme gerektiren maddelerde öğrencilerin problemler yaşamaları klasik ve uygulamaya dayalı öğretim anlayışının bir sonucu olarak görülmektedir. Söz konusu bu problemlerin ve oluşan hata ve yanılgıların giderilebilmesi için, öğrenme ortamlarında öğrencilerin kendi öğrenme yaşantılarında farklı yaklaşımları ve farklı düşünme biçimlerini işe koşmalarına imkân tanınmalıdır. Bunun bir yolu yeni ortaöğretim matematik dersi öğretim programının felsefesi ve öğrenmeye dönük kuramsal çerçevesini daha iyi algılamak ve öğretim anlayışı bu doğrultuya taşımaktır.

KAYNAKÇA

ATASOY, Ş. ve AKDENİZ, A. R. (2007). “*Kavram Yanılgılarını Belirlemeye Yönelik Bir Testin Geliştirilmesi*”, **Türk Fen Eğitimi Dergisi**, 4(1): 45-55.

BAGNI, G. T. (2006). “*Some Cognitive Difficulties Related to the Representations of Two Major Concepts of Set Theory*”, **Educational Studies in Mathematics**, 62: 259-280.

BAKİ, A. ve MANDACI ŞAHİN, S. (2004). “*Bilgisayar Destekli Kavram Haritası Yöntemiyle Öğretmen Adaylarının Matematiksel Öğrenmelerinin Değerlendirilmesi*”, **The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET**, Vol. 3, Issue 2, Article 14.

BLANCO, L. J. (2001). “*Errors in the Teaching/Learning of Basic Concepts of Geometry*”, **International Journal for Mathematics Teaching and Learning**.
<http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/default.htm>.



DÖNMEZ, A. (2002). **Matematiğin Öyküsü ve Serüveni, “Dünya Matematik Tarihi Ansiklopedisi”, Matematik Sözlüğü, Cilt 1.** İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları.

FISCHBEIN, E. & BALTSAN, M. (1999). “*The Mathematical Concept of Set and the “Collection ‘Model’ ”*”, **Educational Studies in Mathematics**, 37: 1-22.

GAVALAS, D. (2005). “*Conceptual Mathematics: An Application to Education*”, **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Vol. 36, No. 5: 497–516.

MEB, (1992). **Ortaöğretim Matematik Dersi Programları**, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul.

MEB, (2005). **Ortaöğretim Matematik (9,10,11 ve 12. Sınıflar) Dersi Öğretim Programı**, Ankara.

NESİN, A. (2008). **Matematiğe Giriş, I Sezgisel Kümeler Kuramı**, İstanbul: Nesin Vakfı Yayınları.

O’CONNOR, J. J & ROBERTSON, E. F. (1992). “*A History of Set Theory*”. http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Beginnings_of_set_theory.html, (22 Nisan 2009 tarihinde alınmıştır).

ÖZSOY, N. ve KEMANKAŞLI, N. (2004). “*Ortaöğretim Öğrencilerinin Çember Konusundaki Temel Hataları ve Kavram Yanılgıları*”, **The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET**. Vol. 3, Issue 4, Article 19.

SMITH, G., WOOD, L., COUPLAND, M., STEPHENSON, B., CRAWFOED, K. and BALL, G. (1996). “*Constructing Mathematical Examinations to Assess A Range of Knowledge and Skills*”, **Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.**, Vol. 27, No. 1: 65-77.

TEKİN, H. (2003). **Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme**, 15. Baskı, Ankara: Yargı Yayınevi.

ZEMBAT, İ. Ö. (2008). Kavram Yanılgısı Nedir?, (Ed. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç) **Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri**, Ankara: Pegem Akademi Yayınevi, s. 1-8.



KÜMELER KONUSU ÖĞRENME DURUMLARI BELİRLEME ÖLÇEĞİ

Ad:

Soyad:

Okul İsmi:.....

Sınıf:.....

1-) Elemanları " \emptyset , a, 2, {3, b}, b" olan kümenin liste yöntemi ile gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {a, 2, 3, b} D) { \emptyset , a, 2, b, {3, b} }
B) {a, 2, 3, b, \emptyset } E) {a, 2, 3, b, { \emptyset } }
C) {a, 2, {3, b}, b}

2-) Sonlu ve sonsuz kümelere ilişkin verilen ifadeleri inceleyiniz.

- I- 5 ile bölünebilen tamsayıların oluşturduğu küme sonsuz kümedir.
II- Haftanın günlerinden oluşan küme sonlu kümedir.
III- Türkiye’de yaşayan insanların oluşturduğu küme sonsuz kümedir.
IV-Okulunuzda öğrenim gören öğrencilerin oluşturduğu küme sonsuz kümedir.
V- Asal sayılar sonlu bir küme belirtir.

Verilen ifadelerden doğru olanlar hangi seçenekte verilmiştir.

- A) Hepsi B) I-II C) I-II-III
D) I-II-III-V E) I-II-V

3-) $A=\{\emptyset\}$ kümesinin alt kümelerinin sayısı m ve $B=\{a,\{b,c\},d\}$ kümesinin alt kümelerinin sayısı n olmak üzere m+n toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 15 E) 16

- 4-) I- $A-\emptyset=A$
II- $A-B=B-A$
III- $E-A=A^1$
VI- $\emptyset -A=\emptyset$
V- $A-A=\emptyset$
IV- $A-B=B\cap A^1$

Kümelerde fark işlemi göz önüne alınarak yukarıda verilen özelliklerden hangisi ya da hangileri yanlıştır?

5-) $\{\Delta, \{ \}, @, \infty, \{ @, \Delta \} \}$ kümesinin kaç tane özalt kümesi vardır?

- A) 63 B) 15 C) 31 D) 7 E) 3

6-) $A=\{-1, 3\}$ $B=\{ \}$
 $C=\{x: (x^2-9).(x+1)=0$ ve x reel (gerçel) sayı}
 $D=\{-3, -1, 3\}$
 $E=\{\text{sıfırdan küçük ilk üç asal sayı}\}$
 $F=\{-3, -5, -7, -11\}$

Verilen kümelerden hangileri birbirine eşittir?

- A) Yalnız E ve D D) Yalnız C ve D
B) Yalnız E ve C E) Hiçbiri
C) E ile B ve C ile D

7-) $A=\{2, 4\}$
 $B=\{\emptyset\}$
 $C=\{x: (x^2-2x+1).(x^2-2x)=0$ ve x reel sayı}
 $D=\{2$ den büyük çift asal sayılar}
 $E=\{0, 1, 2, 3\}$

Verilen kümelerin eleman sayılarına göre büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $s(B)>s(C)>s(E)>s(A)>s(D)$
B) $s(E)>s(B)>s(C)>s(A)>s(D)$
C) $s(C)>s(B)>s(E)>s(D)>s(A)$
D) $s(C)>s(B)>s(E)>s(A)>s(D)$
E) $s(E)>s(C)>s(A)>s(B)>s(D)$

8-) Aşağıdaki kümeleri inceleyiniz.

- I- $A=\{x: (x^2+9).(x+1)=0$ ve x doğal sayı}
II- $B=\{x: x$ çift asal sayı}
III- $C=\{x: x^2 < x, x$ reel sayı}
IV- $D=\{x: x^2=x, x$ negatif tamsayı}
V- $E=\{x: |x|=0$ ve x reel sayı}

Verilen kümelerden hangileri boş kümedir?

- A) I-IV-V B) I-IV C) II-III-IV
D) I-III-IV E) II-III-IV-V



9-) Aşağıdakilerden hangisi bir kümenin özalt küme sayısı olamaz?

- A) 1 B) 3 C) 7 D) 9 E) 31

10-) Özalt kümelerinin sayısı 15 olan bir A kümesi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $A=\{a,b\}$ B) $A=\{a,b,1\}$ C) $A=\{\emptyset,a,b,1\}$
D) $A=\{(a,b),\{1,2\}\}$ E) $A=\{1,2,\{a,b\}\}$

11-) $A=\{x: x-2 \geq 3 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$
 $B=\{x: x-5 < 3 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$

kümeleri veriliyor. Buna göre $A \cap B$ kümesinin özalt küme sayısı hangi seçenekte verilmiştir?

- A) 3 B) 4 C) 7 D) 8 E) 15

12-) 8 elemanlı bir kümenin 3'ten az elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 28 B) 8 C) 1 D) 37 E) 36

13-) A ve B herhangi iki kümedir.

- I- $A \subset A$
II- $A \subset B$ ise $B \subset A$
III- $B \subset A$ ise $(A \cup B) = B$
IV- $(A \cap B) \subset A$ ise $(A \cap B) \subset B$
V- $\emptyset \subset A$ ve $\emptyset \subset B$ ise $A \subset B$
VI- $A \subset B$ ise $A \cap B = A$

Yukarıdaki bilgilerden hangileri her zaman doğrudur?

- A) I-III B) II-III- V C) I-IV- VI
D) I- II E) I- III – IV

14-) $A=\{x: x \in \mathbb{R} \text{ ve } -1 \leq x < 9\}$, $B=\{x: x \in \mathbb{R} \text{ ve } -3 < x < 4\}$ kümeleri veriliyor. Buna göre $A \cap B$ ve $A \cup B$ kümeleri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $A \cap B = (-1,4)$ B) $A \cap B = [-1,4)$
 $A \cup B = (-3,9)$ $A \cup B = (-3,9]$

- C) $A \cap B = [-1,4)$ D) $A \cap B = (-1,4]$
 $A \cup B = [-3,9]$ $A \cup B = [-3,9]$

- E) $A \cap B = (-1,4)$
 $A \cup B = [-3,9]$

15-) A ve B iki küme olmak üzere, $s(A)=s(B)+2$ dir. A ve B kümelerinin özalt kümelerinin sayıları toplamı 78 ise, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

16-) $[A^1 \cup (A \cap B)]^1$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A^1 \cup B$ B) E C) \emptyset
D) $A \cap B$ E) $B \setminus A$

17-) $A = \begin{pmatrix} .1 & .4 \\ .2 & .7 \\ & .9 \end{pmatrix}$ B={2, 5, 9, 8, 0}
C={x: 500 yaşındaki insanlar}

Verilen A, B ve C kümelerine ilişkin aşağıdaki bilgilerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- I- $A \cap C = \{1,2\}$
II- $B/C = \{2,5,9,8,0\}$
III- $A \cap B = \{2,9\}$
IV- $B \cup C = \{1,2,4,5,9\}$
V- $C^1 = E$
VI- $A \cup B \cup C = \{1,2,4,5,7,8,9,0\}$

- A) III-IV B) III-IV-VI
C) II-V D) Yalnız III
E) II- III-V- VI

18-) Aşağıdaki kümeler ile ilgili bazı ifadeler verilmiştir. Bu ifadeleri inceleyiniz.

- I- $s(A) < s(B)$ ise $A \subset B$ gösterimi daima doğrudur.
II- Bir kümenin elemanları kullanılarak oluşturulan yeni kümeler o kümenin alt kümeleridir.
III- $\{a,b\} \supset \{a,b,c\}$ gösterimi doğrudur.
IV- A kümesi B kümesinin alt kümesi ise $A \subset B$ şeklinde gösterilir.
V- Bir kümenin boş küme hariç alt kümelerine, kümenin özalt kümeleri denir.

Verilen ifadelerden doğru olanlar hangi seçenekte verilmiştir.

- A) I-IV-V B) I-II-IV C) II- IV
D) I-II-III-V E) II-IV-V



19-) Aşağıda verilen gösterim biçimlerinden hangisi yanlıştır?

- A) $A^1 = \{x: x \in E \text{ ve } x \notin A\}$
 B) $A \cup B = \{x: x \in A \text{ veya } x \in B\}$
 C) $A \cap B = \{x: x \in A \text{ ve } x \in B\}$
 D) $A \setminus B = \{x: x \in A \text{ ya da } x \in B^1\}$
 E) $E \cap A = \{x: x \in E \text{ ve } x \in A\}$

20-) A, B ve C kümeleri için aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır.

- A = {Dünyadaki ağaç türleri}
 B = {x: $x^2 \geq 0$, x reel sayısı}
 C = {Türkiye'nin coğrafi bölgeleri}
 Verilen üç küme için hangisi söylenebilir?

- A) B ve C kümeleri sonlu, A sonsuz kümedir.
 B) A ve B kümeleri sonsuz, C ise sonlu kümedir.
 C) A ve C kümeleri sonlu, B ise sonsuz kümedir.
 D) A ve B kümeleri sonsuz kümelerdir.
 E) A, B, C kümeleri sonlu kümelerdir.

21-) Alt küme ve özalt küme sayılarının toplamı 127 olan kümenin eleman sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

22-) Bir öğrenci kafesinde herkes pop, caz ve klasik müzik türlerinden en az birini dinlemekten hoşlanmaktadır. Pop müzik dinleyenlerin sayısı 20, caz müziği dinleyenlerin sayısı 15, klasik müzik dinleyenlerin sayısı 14 tür. Hem pop hem de caz müziği dinleyenlerin sayısı 7, hem pop hem de klasik müzik dinleyenlerin sayısı 9, hem caz hem de klasik müzik dinleyenlerin sayısı 8 ve üç müzik türünü de dinlemekten hoşlananların sayısı da 5 olduğuna göre kafide toplam kaç öğrenci vardır?

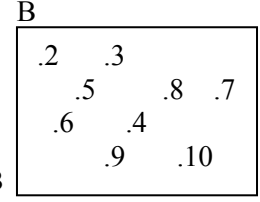
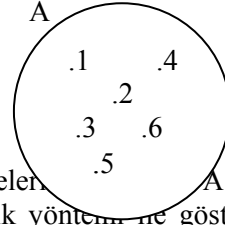
- A) 30 B) 49 C) 34 D) 29 E) 68

23-) Aşağıda verilen kümelerden hangisi ya da hangileri boş kümeden farklıdır?

- I- $A = \{x: 3x-1=1, x \in \mathbb{Z}\}$
 II- $B = \{x: x^2=3, x \text{ irrasyonel sayısı}\}$
 III- $C = \{x: x^4=-1, x \in \mathbb{Z}\}$
 IV- $D = \{x: 3x-1=1, x \in \mathbb{R}\}$
 V- $E = \{x: x^2=3, x \in \mathbb{Q}\}$
 VI- $F = \{x: x^4=-1, x \in \mathbb{Q}\}$

- A) II-VI B) I-III C) III-IV
 D) II-III E) II-IV

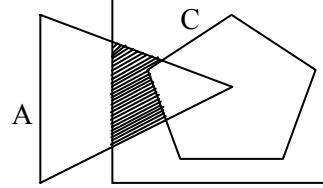
24-) A



Kümelerin ortak elemanlarının gösterimi hangi seçenekte doğru olarak verilmiştir?

- A) $A \cap B = \{x: 1 < x \leq 6 \text{ ve } x \text{ tamsayı}\}$
 B) $A \cap B = \{x: x \text{ rakamlar}\}$
 C) $A \cap B = \{x: 2 \leq x \leq 7 \text{ ve } x \text{ doğal sayı}\}$
 D) $A \cap B = \{x: 1 < x < 7 \text{ ve } x \text{ rasyonel sayı}\}$
 E) $A \cap B = \{x: 2 < x \leq 6 \text{ ve } x \text{ tamsayı}\}$

25-) B



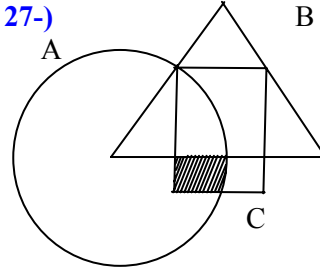
Şekildeki taralı bölge aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(A \cap C) \setminus B$ B) $A \cap B \cap C$ C) $(B \cap C) \setminus A$
 D) $(A \cap C^1) \setminus B$ E) $(A \cap B) \setminus C$

26-) E evrensel küme ve E nin iki alt kümesi A ve B olmak üzere $s(A) + s(B^1) = 11$ ve $s(B) + s(A^1) = 15$ ise evrensel kümenin eleman sayısı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

27-) A

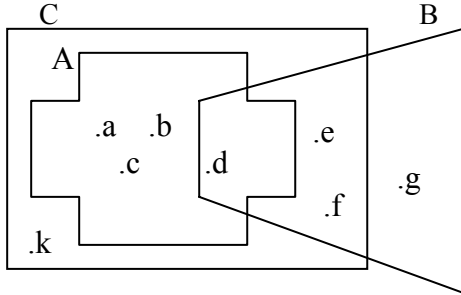


Şekildeki taralı bölge aşağıdaki seçeneklerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $A \cap C^1$ B) $(A \cap B) \setminus C$ C) $(B \cap C) \setminus A$
 D) $(A^1 \cap C) \setminus B$ E) $(A \setminus B) \cap C$



28-)



Yukarıdaki şekil ile ilgili verilen bilgilerden hangisi yanlıştır?

- A) $A \subset C$ B) $B^I = \{a, b, c\}$ C) $B \not\subset C$
D) $(A \cap B) \subset C$ E) $(B \setminus A) \cap C = \{e, f\}$

29-) Aşağıda verilen ifadelerden kaç tanesi doğrudur?

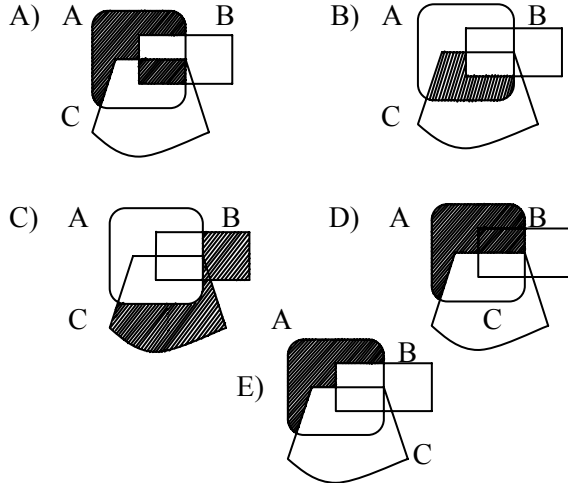
- * $A \cap \emptyset = \emptyset$ * $A \cup \emptyset = A$ * $E \cup \emptyset = E$
* $A \cup E = A$ * $E \cap \emptyset = \emptyset$ * $A \cap E = A$

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

30-) $(K \cap M) \cup (M \setminus K)$ kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) M B) K C) K^I D) E E) M^I

31-) $(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ ifadesi aşağıdaki taralı alanlardan hangisini göstermektedir?



32-) Aşağıda verilen eşitliklerden hangisi daima doğrudur?

- A) $A \cap A = \emptyset$ B) $A \cup A = 2A$
C) $A \cup \emptyset = \emptyset$ D) $A \cap A = A$
E) $A \cap \emptyset = A$

33-) Aşağıda verilen ifadeler ile karşılığında yer alan matematiksel gösterimleri arasında doğru eşleştirme hangi seçenekte yapılmıştır?

- A) K kümesi L kümesinin alt kümesi $K \supset L$
B) K kümesinin tümleyeni olan küme $s(K)$
C) K kümesinin L kümesinden farkı $L \setminus K$
D) L kümesi K kümesini kapsar $K \subset L$
E) Eleman sayısı 3 olan bir K kümesi $K^I = 3$

34-) 512 tane alt kümesi bulunan bir küme kaç elemanlıdır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

35-) Kümelerin gösterim yöntemlerine ilişkin aşağıda verilen ifadelerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

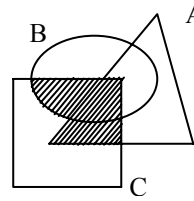
- I- Her kümeyi liste yöntemi ile yazabiliriz.
II- Her kümeyi venn şeması ile gösterebiliriz.
III- Her kümeyi ortak özellik yöntemi ile yazabiliriz.

- A) Yalnız III B) Yalnız I C) Yalnız II
D) I-II E) Hepsi

36-) A, B, C herhangi üç küme olmak üzere; $s(A)=14$, $s(A \cap C)=3$, $B \cap C = \emptyset$, $s(A \cap B)=6$ ve $s(B)=21$ olduğuna göre $s(A \cup B)=?$

- A) 31 B) 30 C) 29 D) 28 E) 27

37-)



Yanda verilen taralı alan aşağıdaki seçeneklerden hangisinde doğru olarak gösterilmiştir?

- A) $(A \cup B) \setminus C$ B) $A \cap (B \cap C)$ C) $(A \cup B) \cap C$
D) $A \cap (B \cup C)$ E) $(A \cup C) \setminus B$



38-) $A = \{a, b, \{b, c\}, \emptyset\}$ kümesi veriliyor.

A kümesi için aşağıda verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

- I- A kümesinin özalt küme sayısı 15 tir.
- II- $\{\emptyset\} \subset A$
- III- $\{a, b\} \subset A$
- IV- $\{b, c\} \subset A$
- V- $\{a, \{b, c\}\} \subset A$

- A) I-II-III B) I-II-III-IV C) I-III
D) I-II-III-V E) Hepsi

39-) Aşağıda verilen matematiksel ifadeler ile bu ifadelere karşılık gelen kavramlar arasındaki eşleştirme hangi seçenekte doğru olarak verilmiştir?

- I- $K \Delta L = (K \cup L) \setminus (K \cap L)$
- II- K ve L iki küme ve $K \cap L = \emptyset$
- III- K ve L iki küme ve $\forall x \in K$ için $x \in L$
- IV- K ve L iki küme ve $K \subset L$ ve $L \subset K$

- a- eşit kümeler b- ayrık kümeler
c- simetrik fark d- alt küme

- A) I-b B) I-a C) I-a D) I-c E) I-b
II-c II-c II-b II-b II-a
III-a III-d III-c III-d III-d
IV-d IV-b IV-d IV-a IV-c

40-) Evrensel küme, $E = \{x: x \text{ doğal sayı ve } x < 10\}$ ve $A \cap B = \{4, 6, 7, 8\}$ ise $A^1 \cup B^1$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1, 2, 3, 5, 11, 12, 13, \dots\}$
- B) $\{\}$
- C) $\{3, 4, 7\}$
- D) $\{0, 1, 2, 3, 5, 9\}$
- E) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

41-) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, 3, 4\}$
Kümeleri veriliyor. Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) A kümesi B kümesine denktir.
- B) $A \cap B$ kümesinin alt küme sayısı 4'tür.
- C) $A \cap B^1$ kümesinin alt küme sayısı 4'tür.
- D) $A \cup B$ kümesinin alt küme sayısı 64'tür.
- E) $A^1 \cap B$ kümesinin alt küme sayısı 16'dır.

42-) A ve B kümeleri evrensel kümenin iki alt kümesidir. $s(A) = 6$, $s(B) = 3$ ve $A \cap B \neq \emptyset$ ise A ve B kümeleri için verilen ifadeleri inceleyiniz.

- I- $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı en az 6'dır.
- II- $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı en az 1'dir.
- III- $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı en çok 2'dir.
- IV- $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı en çok 9'dur.
- V- $A \setminus B$ kümesinin eleman sayısı en çok 5'dir.
- VI- $A \setminus B$ kümesinin eleman sayısı en az 2'dir.

Verilen ifadelerden doğru olanlar hangi seçenekte verilmiştir?

- A) I-II-V B) I -II- IV-V C) I-III-VI
D) I-II-III-IV-V E) Hepsi

43-) A, B ve C kümeleri için aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

$$A \neq \emptyset \quad A \subset B \subset C$$

Bu bilgiler ışığında aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) $A \cap C = A$ B) $A \cup B \cup C = \emptyset$ C) $B \setminus C = \emptyset$
D) $A \cup B = C$ E) $A \setminus B = \emptyset$

44-) 10 kişinin Fransızca, 20 kişinin İngilizce bildiği bir sınıfta her iki dili bilenler de bulunmaktadır.

Buna göre hangisi yanlıştır?

- A) Sınıfta en az 20 kişi vardır.
- B) Sınıf mevcudunun 25 olabilmesi için her iki dili bilen 5 kişi olmalıdır.
- C) Yalnız bir dili bilenlerin sayısı birbirine eşit olmalıdır.
- D) Sınıfta en çok 29 kişi vardır.
- E) Sınıf mevcudunun en az olması için her iki dili bilen 10 kişi olmalıdır.

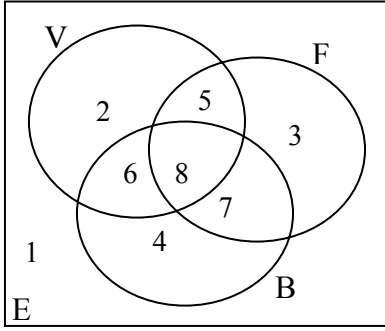


45-) “32 kişilik bir toplulukta 18 kişi futbol, 12 kişi basketbol oynamaktadır. Her iki oyunu oynamayan kaç kişi vardır?”

Sorusunun çözülebilesi için aşağıdakilerden hangisinin verilmesi yeterli değildir?

- A) En az bir oyun oynayanların sayısı.
B) Yalnız futbol oynayanların sayısı.
C) Yalnız basketbol oynayanların sayısı.
D) Basketbol oynamayanların sayısı.
E) Futbol ve basketbol oynayanların sayısı.

46-)



Yukarıdaki şemada voleybol, futbol ve basketbol oynayanlar ile bu oyunlardan hiç birini oynamayanın bulunduğu bir sınıftaki öğrenci sayıları verilmektedir.

Verilenlere göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) En çok iki spor yapan 28 kişi vardır.
B) Yalnız bir spor yapan 9 kişi vardır.
C) En az bir spor yapan 35 kişi vardır.
D) En az iki spor yapan 30 kişi vardır.
E) En çok bir spor yapan 10 kişi vardır.

47-) Aşağıda verilen ifadelerden hangileri yanlıştır?

- I- İki küme ayrık ise eleman sayısı fazla olan diğer kümeyi kapsar.
II- $A \subset B$ ise $A \setminus B = \emptyset$ dir.
III- $A \setminus B = A$ ve $B \setminus A = A$ ise A ve B denk kümelerdir.
IV- $B \subset A$ ise $B \setminus A = B$ dir.
V- $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise $A = B$ dir.

- A) I-II-III B) II-III-V
C) I-II-III-V D) I-III-IV
E) Hepsi

48-) $A \not\subset B$ olmak üzere $s(A)=7$ ve $s(B)=13$ ise, $s(A \cup B)$ nin en küçük değeri nedir?

- A) 8 B) 14 C) 20 D) 24 E) 6

49-) A, B, C kümeleri için $A \cap B = \{k, 2\}$
 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ olduğuna göre, $(A \times C) \cap (B \times C)$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1						26					
2						27					
3						28					
4						29					
5						30					
6						31					
7						32					
8						33					
9						34					
10						35					
11						36					
12						37					
13						38					
14						39					
15						40					
16						41					
17						42					
18						43					
19						44					
20						45					
21						46					
22						47					
23						48					
24						49					
25											

KATILIMINIZ VE YANITLARINIZ

İÇİN TEŞEKKÜR EDERİZ