

## Çok amaçlı karar verme problemlerine etkileşimli bir yaklaşım

**Bülent BÖLAT\***, Ahmet KUZUCU

*İTÜ Makina Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 34464, Gümüşsuyu, İstanbul*

### Özet

*Bu çalışmada; Çok Amaçlı Karar Verme Problemlerinin Çözümü'ne yönelik etkileşimli bir yöntem olan SEMOPS (Sequential Multiobjective Problem Solving) yaklaşımı incelenmektedir. Bir nehrin su kalite yönetimi, çok sayıdaki amaç, kısıt, karar değişkenleri ve nonlineerlikleri nedeniyle örnek seçilmiş ve SEMOPS yöntemiyle etkileşimli olarak çözülmüştür. MATLAB tabanlı genel bir program geliştirilmiş ve sonuçların Karar Verici tarafından sağlıklı bir şekilde değerlendirilmesi ve bir sonraki adımda programa verilmesi gereken seçim bilgilerinin doğru yapılabilmesi için bir kullanıcı arayüzü oluşturulmuştur. Bu etkileşimli yöntemin kullanılması, Karar Vericiye problemin çözümü safhasında hem istek seviyelerini amaçlarına göre yeniden gözden geçirebilmesini hem de arzu ettiği sonuca adım adım ulaşması esnekliğini sağlamaktadır.*

**Anahtar Kelimeler:** Çok amaçlı karar verme, optimizasyon, SEMOPS yöntemi.

### An interactive approach to multiobjective decision making problems

#### Abstract

*In this study, SEMOPS approach, which is an interactive method for solving multiobjective decision making problems, is examined. Water quality management of a river is chosen as an exemplary problem since it has several decision variables, objectives and constraints which are generally nonlinear, and solved interactively by using SEMOPS method. In order to use the known SEMOPS algorithm, a MATLAB based computer program has been developed. And a graphical user interface has also been created to evaluate the results and give the selections which are necessary for the next cycle back to the program properly. The optimum results generated through the program according to defined objectives and constraints for the problem are evaluated by the decision maker in each cycle. And for the next cycle, assignment of the aspiration levels as constraints is performed. These cycles continue until the desired aspiration levels for all objectives are achieved. Using this interactive method enables the decision maker both to revise the aspiration levels according to objectives and to reach the desired results step by step in the solution stages of the problem flexibly. With this computer program, the dialog between the decision maker and the analyst has been eliminated and the spending time until reaching the best compromise solution has considerably been short.*

**Keywords:** Multiobjective decision making, Optimization, SEMOPS method.

---

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Bülent BÖLAT. bolatbu@itu.edu.tr; Tel: (212) 293 13 00 dahili: 2688.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Makina Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Çok amaçlı karar verme yöntemleri ve uygulamaları" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 13.10.2004 tarihinde dergiye ulaşmış, 09.11.2004 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.07.2006 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

## Giriş

### Çok amaçlı karar verme

Amaç fonksiyonu sayısının artırılması, dolayısıyla pratikteki problemleri daha gerçekçi şekilde ele alma gayretleri "Çok Amaçlı Karar Verme" (ÇAKV) (Multi-Objective Decision Making) bilimini ortaya çıkarmıştır. ÇAKV problemi matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

Amaç fonksiyonları:

$$\max \{f_1(\underline{x}), f_2(\underline{x}), \dots, f_m(\underline{x})\}$$

Kısıtlar:

$$\begin{aligned} g_k(\underline{x}) &\leq 0, \quad k=1,2,\dots,p \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Burada  $\underline{x}$ , n- boyutlu karar değişkenleri vektörüdür. Bu problem kaynaklarda Vektör Maksimizasyonu Problemi (VMP) olarak bilinmektedir. Görüldüğü gibi bir amaç fonksiyonu yerine m tane amaç fonksiyonu ihtiva eden bir vektörün maksimize edilmesi söz konusudur. Problemin optimum çözümü, tüm amaç fonksiyonlarını birlikte (simültane olarak) enbüyükleyen çözümdür. Böyle bir çözüme ulaşmak çok zordur. Çünkü genellikle göz önüne alınan amaçlar, diğer bir deyimle değerlendirme ölçütleri birbiri ile çelişkili ve negatif yönde etkileşimlidir. Örneğin bir fabrikanın kalite kontrol kısmının temel probleminin özünü, kaliteyi arttırmak, kalite kontrol masraflarını azaltmak gibi amaçlar oluşturur.

Aslında bu iki amaç birbirini ters yönde etkilemektedir. Bu halde optimum çözümden söz etmek zorlaşmaktadır. Her bir amaç için optimum olan çözümlerin belirli bir şekilde karar vericinin tercihlerini de dikkate alarak uzlaştırılması en çıkar yol olarak gözükmektedir. Sonuçta ulaşılan çözüme de tek-amaçlı karar problemlerindeki optimum çözüm yerine "Eniyi Uzlaşık Çözüm" (EUÇ) (The Best Compromise Solution) demek daha doğru olacaktır.

Karar vericinin tercihleri problemin çözümü sırasında değişik şekillerde göz önüne alınabilir.

Bu tercihleri, yukarıda ana hatlarıyla tanıtilan ÇAKV probleminin çözümü sırasında farklı şekillerde ele alan birçok yöntem geliştirilmiştir.

- Karar vericiden açıkça bilgi istemeyen yöntemler
- Karar vericiden başlangıçta bilgi isteyen yöntemler
- Karar vericiden karar esnasında ardışık olarak bilgi isteyen yöntemler.
- Karar vericiden bilgiyi sonradan isteyen yöntemler

Bu yazıda ele alınacak yöntem olan SEMOPS Karar vericiden karar esnasında ardışık olarak bilgi isteyen yöntemler sınıfına girmektedir. Bu yöntemin teorisi aşağıda açıklanacaktır.

Yöntemin uygulaması için seçilmiş olan model, bir vadideki su kalitesinin istenen seviyede tutulması için belirlenmiş birbiriyle çelişen amaçlar ve kısıtlar üzerine kurulu, çok değişkenli ve nonlineer yapıda özellikler içermektedir.

### SEMOPS yöntemi

SEMOPS (Sequential Multiobjective Problem Solving) tekniği, tatmin edici hareket yöntemini belirlemek için tarama prosesinde karar vericinin dinamik olarak işin içine katıldığı bir etkileşimli programlama tekniğidir. Bu teknik, etkileşimli olarak karar vericinin bir amaçla diğer bir amaç arasında değişim yapmasına izin verir. SEMOPS çevrimsel olarak amaçlara ulaşılması boyunca hedeflere ve karar vericinin arzularına dayanan yedek amaç fonksiyonları kullanır. Hedef seviyeleri, karar vericiye dışsal faktörler tarafından kabul ettirilir. İstek Seviyeleri (İS) ise karar vericinin kişisel olarak ulaşmayı arzuladığı amaçların başarı seviyeleridir. Hedefler değişmez fakat İS leri her bir çevrim boyunca değişir.

### Algoritma

Karar vericinin belirlediği istek seviyeleri  $\text{İS}=(\text{İS}_1, \text{İS}_2, \dots, \text{İS}_T)$  olarak kabul edilsin. Amaç fonksiyonları  $f(\underline{x})=(f_1(\underline{x}), f_2(\underline{x}), \dots, f_T(\underline{x}))$  olarak verilsin. Her bir amaç  $f(\underline{x})$  için uygun bölge  $[f_{iL}, f_{iU}]$  olarak belirlenir. Her bir fonksiyon için bu uygun bölge, fonksiyonun maksimum ve minimum değerleri olmak zorunda değildir. Daha

çok üzerinde karar verilecek değişkenlerdeki koşul setler ve sınırlar tarafından belirlenir.

Esas cevap uzayı  $f_i(\underline{x})$ ,  $y_i(\underline{x})$  ye dönüştürülür.

$$y_i(\underline{x}) = \frac{f_i(\underline{x}) - f_{iL}}{f_{iU} - f_{iL}} + \varepsilon \quad (2)$$

$y_i(\underline{x})$  [0,1] arasında tanımlanmıştır.  $\varepsilon$  yeterince küçük pozitif bir sayıdır ve boyutsuz başarı göstergeleri tanımlanması sırasında sıfıra bölme durumunu önlemek amacıyla kullanılmaktadır.

Aynı şekilde, karar vericinin  $\dot{IS}$ 'leri  $\dot{IS}^*$  şeklinde boyutsuz hale dönüştürülür ve [0,1] arasında tanımlanmış olmaktadır.

$$\dot{IS}^* = \frac{\dot{IS}_i - f_{iL}}{f_{iU} - f_{iL}} + \varepsilon \quad (3)$$

Beş tip amaç fonksiyonu ve bununla ilgili boyutsuz başarı göstergeleri,  $d_i$  şu şekildedir:

1- en fazla :  $f_i(\underline{x}) \leq \dot{IS}_i$

$$d_i = \frac{f_i(x) - y_i(x)}{\dot{IS}_i - \dot{IS}_i^*} \quad (4)$$

2- en az :  $f_i(\underline{x}) \geq \dot{IS}_i$

$$d_i = \frac{\dot{IS}_i - f_i(x)}{\dot{IS}_i - y_i(x)} \quad (5)$$

3- eşit :  $f_i(\underline{x}) = \dot{IS}_i$

$$d_i = \frac{1}{2} \left[ \frac{\dot{IS}_i - f_i(x)}{\dot{IS}_i - \dot{IS}_i} + \frac{f_i(x) - \dot{IS}_i}{\dot{IS}_i - \dot{IS}_i} \right] \quad (6)$$

$$\dots = \frac{1}{2} \left[ \frac{\dot{IS}_i^* - y_i(x)}{\dot{IS}_i^* - \dot{IS}_i^*} + \frac{y_i(x) - \dot{IS}_i^*}{\dot{IS}_i^* - \dot{IS}_i^*} \right]$$

4- bir aralık içinde :  $\dot{IS}_{iL} \leq f_i(\underline{x}) \leq \dot{IS}_{iU}$

$$d_i = \left[ \frac{\dot{IS}_{iU} - f_i(x)}{\dot{IS}_{iU} - \dot{IS}_{iL}} \right] \left[ \frac{\dot{IS}_{iL} - f_i(x)}{\dot{IS}_{iL} - \dot{IS}_{iL}} + \frac{f_i(x) - \dot{IS}_{iL}}{\dot{IS}_{iL} - \dot{IS}_{iL}} \right] \quad (7)$$

$$\dots = \left[ \frac{\dot{IS}_{iU} - y_i(x)}{\dot{IS}_{iU} - \dot{IS}_{iL}} \right] \left[ \frac{\dot{IS}_{iL} - y_i(x)}{\dot{IS}_{iL} - \dot{IS}_{iL}} + \frac{y_i(x) - \dot{IS}_{iL}}{\dot{IS}_{iL} - \dot{IS}_{iL}} \right]$$

5- bir aralığın dışında :  
 $f_i(\underline{x}) \leq \dot{IS}_{iL}$  veya  $f_i(\underline{x}) \geq \dot{IS}_{iU}$

$$d_i = \left[ \frac{\dot{IS}_{iL} + \dot{IS}_{iU}}{\dot{IS}_{iU}} \right] \left[ \frac{1}{\frac{\dot{IS}_{iL} - f_i(x)}{\dot{IS}_{iL}} + \frac{f_i(x) - \dot{IS}_{iL}}{\dot{IS}_{iL}}} \right] \quad (8)$$

$$\dots = \left[ \frac{\dot{IS}_{iL}^* + \dot{IS}_{iU}^*}{\dot{IS}_{iU}^*} \right] \left[ \frac{1}{\frac{\dot{IS}_{iL}^* - y_i(x)}{\dot{IS}_{iU}^*} + \frac{y_i(x) - \dot{IS}_{iU}^*}{\dot{IS}_{iU}^*}} \right]$$

1, 2, ve 4. tipler en çok kullanılanlarıdır.

Herbir örnekte,  $d_i \leq 1$  olması amaç fonksiyonunun karşılandığı anlamına gelmektedir. Birinci tip hariç,  $d_i$  hepsinde, amaç fonksiyonlarının doğrusal olmayan fonksiyonu şeklindedir. Burada amaç fonksiyonlarının kendisi de doğrusal olmayabilir.

Algoritma, karar vericinin yönlendirmesiyle bilgi üretir ve böylelikle karar verici bir karara varabilir. Amaçlar arasındaki karşılıklı bağımlılıkla ilgili bilgiler, bir amacın başarısının veya başarısızlığının, diğer amaçların  $\dot{IS}$  ni nasıl etkilediğinin göstergesi şeklindedir.

Yedek amaç fonksiyonlarını çevrimsel optimizasyonu, karar verici için üretilen bilgiye dayalı bir mekanizmadır. Burada kullanılan yedek terimi, herbirinin gerçek performans fonksiyonlarının bilinmediği durumları tanımlamak maksadıyla kullanılmıştır.

T amaçlı bir setin altseti olarak  $T'$  tanımlanmış olsun. Karar verme sürecinin adımlarında, bu  $T'$  altsetine sahip amaçlar aşağıda  $s$  olarak tanımlanan yedek-yardımcı fonksiyonların oluşmasını sağlarlar. Yedek-yardımcı fonksiyon şu şekilde tanımlanır:

$$s = \sum_{t \in T'} d_t \quad (9)$$

Yedek-yardımcı fonksiyondaki her  $d_t$  nin değeri  $t$ . amacın karşılanıp karşılanmadığını gösterir.

Karşılanmamış amaçlar için  $d_t > 1$  değerine sahiptir.

İşlemsel olarak, SEMOPS başlangıç, iterasyonu ve sonlandırmayı içeren üç adımlı bir algoritmadır. Başlangıç bölümü, esas problemin bu algoritma için uygun hale getirilmesi ve yedek amaç fonksiyonlarını içeren yardımcı problem setinin oluşturulmasını içerir.

İterasyon adımı, algoritmanın etkileşimli kısmıdır. Optimizasyon evresi (analist tarafından gerçekleşen) ve değerlendirme evresi (karar verici tarafından gerçekleştirilen) arasında gerçekleşen bir çevrimdir. Bu çevrim tercih edilen bir çözüme ulaşana kadar gerçekleşir ve algoritma sonlandırılır.

İlk iterasyonda,  $i = 1$ , esas problem ve  $T$  sete sahip yardımcı problemler çözülür. Yardımcı problemler, her bir amacın istek seviyesi, bu amaçların hedefi olarak verilen bir şekle sokulur. Yani,  $\dot{I}S_i = b_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, T$

Esas Problem:

$$\min s_1 = \sum_{t=1}^T d_t$$

$$\text{koşul } \underline{x} \in X \quad (10)$$

Yardımcı problemler:

$$k = 1, 2, \dots, T;$$

$$\min s_{1k} = \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq k}}^T d_t$$

$$\text{koşul } \underline{x} \in X \\ f_k(\underline{x}) \geq \dot{I}S_k \quad (11)$$

(10) ve (11) problemlerinin çözümü optimizasyon evresini oluşturur. Esas problem için amaçlar ve elde edilen değerleri içeren vektör ve ayrıca yardımcı problemler seti değerlendirme evresinde kullanması için karar vericiye sunulur. Yapılacak bir hareketin diğer amaçlarda elde edilenler üzerindeki etkileri değerlendirilir ve bir amaç için yeni istek seviyesi atanır. Genel

olarak,  $i$ . iterasyon aşağıdaki esas problemi ve yardımcı problemler setini çözer:

Esas Problem:

$$\min s_i = \sum_{t \in T'}^T d_t$$

$$\text{koşul } \underline{x} \in X \\ f_j(\underline{x}) \geq \dot{I}S_j \quad j \in (T - T') \quad (12)$$

Yardımcı problem seti,  $k \in T'$  ( $T' = T - (i+1)$ )

$$\min s_{1k} = \sum_{\substack{t \in T' \\ t \neq k}}^T d_t$$

$$\text{koşul } \underline{x} \in X \\ f_j(\underline{x}) \geq \dot{I}S_j \quad \forall j \text{ için } j \in (T - T') \\ f_k(\underline{x}) \geq \dot{I}S_k \quad \text{bir } k \text{ için } k \in T' \quad (13)$$

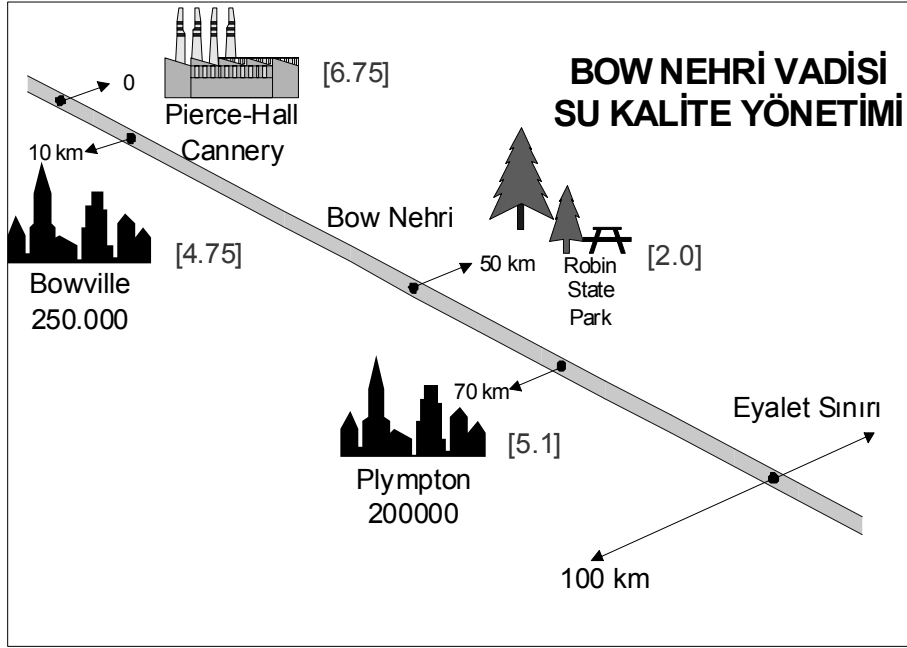
Optimizasyon evresi (12) ve (13) problemlerini çözer. Sonuçlanan çözümler, değerlendirme evresinde kullanılır ve karar verici bir sonraki iterasyon çevrimi için yönlendirme yapar.

### Örnek problem

#### Bow Nehri Vadisi su kalite yönetimi

Bu problem, Dorfman ve diğerleri, (1969) tarafından geliştirilmiş varsayımsal bir durumdur. Temel özellikleri Şekil 1'de görülen Bow Nehri Vadisi yatağındaki kirlenme sorunu göz önüne alınmıştır. Endüstriyel kirlenme, vadinin yukarısındaki Pierce-Hall Konserve Fabrikası'ndan, evsel nitelikteki kirlenme ise Bowville ve Plympton şehirlerinin deşarjlarından kaynaklanmaktadır. Eyalet Parkı bu iki şehir arasında yer almakta ve Vadi Eyalet sınırları içinde kalmaktadır.

Su kalitesi özellikleri tek boyuta indirgenmiştir: Bu çerçevede su kalitesi parametreleri olarak Çözünmüş Oksijen Konsantrasyonu (**ÇO**) (Dissolved Oxygen), Biyokimyasal Oksijen İhtiyacı (**BOİ**) (Biochemical Oxygen Demanding material) olarak tarif edilmekte ve ton olarak verilmektedir. Organik maddenin biyokimyasal oksijen ihtiyacı **BOİ<sub>MC</sub>** ile gösterilirken, amonyaktan kaynaklanan biyokimyasal oksijen ihtiyacı **BOİ<sub>MN</sub>** ile gösterilmektedir.



Şekil 1. Bow Vadisi su kalite yönetimi temel özellikleri

Pierce-Hall Konserve Fabrikası ve sözü edilen iki şehir, brüt atıklarının **BOİ** seviyesini %30 azaltan ön arıtma tesislerine sahiptir. Atıkların daha ileri düzeyde arıtılması ve azaltılması için, ilave iyileştirici tesislerin kurulması istenmektedir. BU tesislerin maliyeti, Pierce-Hall Konserve Fabrikası'nda yapılan yatırımın geri dönüşünü azaltacak ve Bowville ve Plympton'daki vergi oranını arttıracaktır.

Bu problem için Karar Verici (**KV**) olarak gözüken Bow Vadisi Su Kirlenmesi Kontrolü Komisyonu, üç atık kaynağının temsilcileri ile eyalet ve federal hükümetin üyelerinden oluşmaktadır.

Sorumlulukları, üç kirlilik kaynağındaki atık azaltma gereksinimlerini karşılayarak nehirdeki hedeflenen su kalitesini sağlamaktır. Bununla birlikte ilave tesisler nedeniyle gelecek olan maliyetlerin, vadi ekonomisine etkisini de dikkate almak zorundadırlar.

Komisyon (**KV**) aşağıdaki altı amacı göz önüne almaktadır:

- Bowville'deki **ÇO** seviyesi
- Robin Eyalet Parkı hizasında **ÇO** seviyesi
- Plympton'daki **ÇO** seviyesi

- Pierce-Hall Konserve Fabrikası'ndaki yatırımın geri dönüş yüzdesi (**%YGD**)
- Bowville'de vergi oranlarına yapılacak ilave
- Plympton'da vergi oranlarına yapılacak ilave

Karar vericinin ilk çözeceği problem, eyalet sınırındaki **ÇO** seviyesinin 3.5 mg/l üzerinde olmasını sağlayacak atık iyileştirme politikasını belirlemektir.

Başlangıçta, karar verici bütün yerleşimlerde **ÇO** seviyesinin en azından 6.0 mg/l seviyesine yükselmesini istemektedir.

Karar verici, Pierce-Hall'daki yatırımın geri dönüş oranının %6.5'in üzerinde olmasını sürdürmeyi arzulamaktadır.

Bowville ve Plympton'daki vergi oranlarının 1.5\$/1000\$ katma değer altında tutmak istemektedir.

Pierce-Hall Konserve Fabrikası, Bowville ve Plympton'daki atık deşarjının iyileşme seviyesi (sırasıyla  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ) belirlenmesi gereken karar değişkenleridir.

Streeter-Phelps modeline göre:  
Nehirdeki organik atıkların ayrışması, **ÇO** seviyesini, nehirdeki atıkların yoğunluğu ile orantılı olarak azaltır.

İyileşme seviyeleri, **BOİ<sub>MC</sub>** terimleriyle tanımlanmakta ve aşağıdaki bağıntıyla verilmektedir:

$$w_i = \frac{0.39}{1.39 - x_i^2} \quad (13)$$

$x_i$  : kaynak  $i$ 'de brüt **BOİ<sub>MC</sub>** miktarına orantılı iyileşme

$w_i$  : kaynak  $i$ 'de brüt **BOİ<sub>MN</sub>** miktarına orantılı iyileşme

$j$  noktasındaki su kalitesi  $q_j$ , (**ÇO** seviyesi) şu bağıntıyla hesaplanmaktadır:

$$q_j = \bar{q}_j - \sum_i [d_{ij}^c \cdot L_i^c \cdot (x_i - 0.3) + d_{ij}^n \cdot L_i^n \cdot (w_i - 0.3)] \quad (14)$$

$d_{ij}^c$  :  $i$  ve  $j$  noktası arasındaki organik madde taşınım katsayısı

$d_{ij}^n$  :  $i$  ve  $j$  noktası arasındaki azot taşınım katsayısı

$L_i^c$  :  $i$ . Kaynak için **BOİ<sub>MC</sub>** yükü

$L_i^n$  :  $i$ . Kaynak için **BOİ<sub>MN</sub>** yükü

$x_i$  :  $L_i^c$  de oransal azalma

$w_i$  :  $L_i^n$  de oransal azalma

$\bar{q}_j$  :  $j$  noktasındaki **ÇO** seviyesi

$i, j$  :  $i=1,2,3$  Pierce-Hall Konserve Fabrikası, Bowville, Plympton'u temsil etmektedir.

$j=1,2,3, 4$  Bowville, Robin Eyalet Parkı, Plympton, Eyalet Sınırı

$d_{ij}^c$ ,  $d_{ij}^n$  transfer katsayıları Tablo 1'de verilmektedir. Kirletici seviyeleri Tablo 2'de görülmektedir.

Danışman şirket, %30'un üzerindeki **BOİ<sub>MC</sub>** azalma oranı ile her üç bölge için artımsal maliyetler arasında bir bağıntı geliştirmiştir. Bu bağıntıya göre yıllık brüt ilave maliyet:

Pierce-Hall Konserve Fabrikası:

$$C_1 = \left( \frac{59}{1.09 - x_1^2} \right) - 59 \quad 1000\$/yıl \quad (15)$$

Tablo 1. Organik Madde (C) ve Azot (N) taşınım katsayıları,  $d_{ij}$

	Bowville		Eyalet Parkı		Plympton		Eyalet Sınırı	
	C	N	C	N	C	N	C	N
<b>P.H. Konserve Fabrikası</b>	-5.68	-	-1.31	-3.15	-0.442	-0.771	-0.0830	-0.073
<b>Bowville</b>	0	0	-2.18	-5.53	-0.764	-1.600	-0.0145	-0.162
<b>Plympton</b>	-	-	-	-	0	0	-3.4900	-7.330

Tablodaki bütün değerler  $10^{-5}$  ile çarpılacaktır. Örnek olarak, Pierce-Hall Konserve Fabrikası ile Bowville arasındaki organik madde iletim katsayısı:  $-5.68 \cdot 10^{-5}$  (mg/l)(kg/gün) şeklindedir.

Tablo 2. Şehirlerin günlük **BOİ** değerleri

	Brüt		Ön arıtmadan sonra	
	<b>BOİ<sub>MC</sub></b>	<b>BOİ<sub>MN</sub></b>	<b>BOİ<sub>MC</sub></b>	<b>BOİ<sub>MN</sub></b>
<b>Pierce Hall Konserve Fabrikası</b>	40000	28000	28000	19000
<b>Bowville</b>	128000	48000	89600	33600
<b>Plympton</b>	95700	35700	67000	25000

Bowville:

$$C_2 = \left(\frac{532}{1.09 - x_2^2}\right) - 532 \text{ 1000\$/yıl} \quad (16)$$

Plympton:

$$C_3 = \left(\frac{450}{1.09 - x_3^2}\right) - 450 \text{ 1000\$/yıl} \quad (17)$$

Bununla birlikte her kuruluş için brüt maliyetleri azaltan hafifletici faktörler de söz konusudur.

Bunlar:

Federal şirket vergisi Pierce-Hall Konserve Fabrikası'nın vergisini %40 azaltacaktır. Bowville ve Plympton için brüt maliyetler, Federal Su Kirlenmesi Kontrol Birliği'nin belediyelere toplam masrafin yarısı tutan inşaat masraflarının %50'sini karşılayacak parayı bağışlamasıyla azalacaktır. Böylelikle her şehir toplam masrafin %75'ini ödemiş olacaktır.

Pierce-Hall Konserve Fabrikası yılda ortalama 375.000 \$ net kar elde etmektedir. Bu da 5 milyon dolar tutarındaki toplam hisseye sahip hissedarların %7.5'luk getirisidir. Ayrıca şu kabuller yapılacaktır:

Satışlar önceden görülebilir bir geleceğe kadar stabil olacaktır. Üretim masrafları değişmeyecek ve rekabet baskısı nedeniyle fiyatlar artmayacaktır. Sonuç itibariyle, arıtma masrafları net karı azaltacaktır. Maliyet  $C_1$  ile yatırımda geri dönme oranı ( $r$ ) arasındaki bağıntı şu şekilde olmaktadır.

$$r = \frac{100}{5.000.000} (375.000 - 0.6.C_1) \quad (18)$$

Bowville'deki ilave arıtma masrafları şehrin vergi oranını etkileyecektir. Şehir planlama bölümü, vergi oranındaki değişim ( $\Delta t$ ) ile masraf ( $C$ ) arasında şu şekilde bir bağıntı geliştirmiştir:

$$\Delta t_2 = (2.4 * 10^{-3})(0.75.C_2) \quad (19)$$

$\Delta t$ , katma değer olarak 1000\$ başına artımı göstermektedir.

Benzer olarak, Plympton için:

$$\Delta t_3 = (3.33 * 10^{-3})(0.75.C_3) \quad (20)$$

### Problemin özeti

Karar Değişkenleri:

$x_1, x_2, x_3$  : amaçları, kısıtları, hedefleri, tatmin edecek belirlenmesi gereken karar değişkenleri

Amaçlar:

$$f_1 = 4.75 + 2.27 * (x_1 - 0.3) \quad (21)$$

$$f_2 = 2.0 + 0.524 * (x_1 - 0.3) + 0.882 * (w_1 - 0.3) \quad (22)$$

$$+ 2.79 * (x_2 - 0.3) + 2.65 * (w_2 - 0.3)$$

$$f_3 = 5.1 + 0.177 * (x_1 - 0.3) + 0.216 * (w_1 - 0.3) + 0.978 * (x_2 - 0.3) + 0.768 * (w_2 - 0.3) \quad (23)$$

$$f_4 = 7.5 - 0.012 * \left(\frac{59}{1.09 - x_1^2} - 59\right) \quad (24)$$

$$f_5 = 1.8 * 10^{-3} * \left(\frac{532}{1.09 - x_2^2} - 532\right) \quad (25)$$

$$f_6 = 2.5 * 10^{-3} * \left(\frac{450}{1.09 - x_3^2} - 450\right) \quad (26)$$

Kısıtlar:

$$q_3 = 1.0 + 0.0332 * (x_1 - 0.3) + 0.0204 * (w_1 - 0.3) + 0.0186 * (x_2 - 0.3) + 0.778 * (w_2 - 0.3) + 3.34 * (x_3 - 0.3) + 2.62 * (w_3 - 0.3) \geq 3.5 \quad (27)$$

Sınırlar:

$$0.3 \leq x_i \leq 1.0 \quad i=1,2,3 \quad (28)$$

Yardımcı Bağıntı:

$$w_i = \frac{0.39}{1.39 - x_i^2} \quad i=1,2,3 \quad (29)$$

Her bir amaç için uygun aralık:

$$\begin{aligned} 0 \leq f_1 \leq 8.5 \quad i=1,2,3 \\ 0 \leq f_4 \leq 7.5 \\ 0 \leq f_5 \leq 10 \\ 0 \leq f_6 \leq 12 \end{aligned} \quad (30)$$

Her bir amacın hedefi:

$$\begin{aligned} f_i \geq 6.0 \quad i=1,2,3 \\ f_4 \geq 6.5 \\ f_5 \leq 1.5 \\ f_6 \leq 1.5 \end{aligned} \quad (31)$$

Karar vericinin başlangıç İstek Seviyeleri: (Hedeflerle aynı kabul edilmiştir.)

$$\begin{aligned} \dot{I}S_i = 6.0 \quad i=1,2,3 \\ \dot{I}S_4 = 6.5 \\ \dot{I}S_5 = 1.5 \\ \dot{I}S_6 = 1.5 \end{aligned} \quad (32)$$

Amaçlar ve boyutsuz kazanım göstergeleri:

$$f_i \geq \dot{I}S_i \Rightarrow d_i = \frac{\dot{I}S_i}{f_i(x)} \quad i=1,2,3 \quad (33)$$

$$f_i \leq \dot{I}S_i \Rightarrow d_i = \frac{f_i(x)}{\dot{I}S_i} \quad i=5,6 \quad (34)$$

### SEMOPS yöntemi ile çözüm

Ele alınan örnek problemin çözümü için geliştirilen MATLAB tabanlı program ilgili algoritmayı kullanarak etkileşimli olarak sonuçlar üretmektedir. Sonuçların her seferinde karar verici tarafından anlaşılabilmesi ve yorum yapılarak isteklerin tekrar programa verilebilmesi için bir arayüz geliştirilmiş ve bu arayüz ile karar verici ve program arasında karşılıklı bir etkileşim sağlanmış olmaktadır. Bu yöntemin de amacı olan bu etkileşim, normalde analist ile karar verici arasında gerçekleşirken bu program ve arayüz sayesinde bilgisayar ile karar verici arasında gerçekleşmektedir.

### Çözüm çevrimleri

#### Çevrim 1:

Esas Problem:

$$\min \quad s_1 = \sum_{t=1}^6 d_t \quad (35)$$

kısıt:  $x \in X$

Yardımcı Problemler :  $l = 1, 2, \dots, 6$

$$\min \quad s_{1l} = \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq l}}^6 d_t \quad (36)$$

kısıt:  $x \in X$

$$f_l(x) \geq \dot{I}S_l \quad (\text{eğer } l = 1, 2, 3 \text{ veya } 4)$$

veya

$$f_l(x) \leq \dot{I}S_l \quad (\text{eğer } l = 5 \text{ veya } 6)$$

Başlangıç istek seviyeleri Şekil 2’de görüldüğü gibidir.

Bu problem nonlinear programlama problemidir ve çözümü için oluşturulan algoritmanın içinde MATLAB Programlama dilinin Optimizasyon Toolbox paketi kullanılmıştır. Yukarıda gösterilen esas ve yardımcı problemlerin çözümü bu toolbox ın *fmincon* fonksiyonu kullanılarak yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar esas, yardımcı problemler ve ayrıca karar değişkenleri Şekil 2’de görülebilir.

Şekil 2’nin incelenmesi sonucunda, 6. amaç fonksiyonundaki vergi değişim yüzdesi diğer amaçların sağlanmasından bağımsız görünmektedir veya başka bir deyişle diğer amaçların sağlanmasında etkisizdir. Çünkü Plympton’daki BOİ<sub>MC</sub> seviyesindeki gerekli azalma ağırlıklı olarak eyalet sınırındaki ÇO sınırlamasından etkilenmektedir. Bu nedenle, 6. amaç için uygun bir istek seviyesi belirleyip bunu kısıt olarak atamak uygun olacaktır. Bu istek seviyesi için 1.55 belirlenmesi normal hedef seviyesi olan 1.5’ten çok farklı olmamakta ve diğer amaçlar için çok farklı sonuçlar vermemektedir. Dolayısıyla yeni istek seviyesi olarak 1.55 belirlenir.

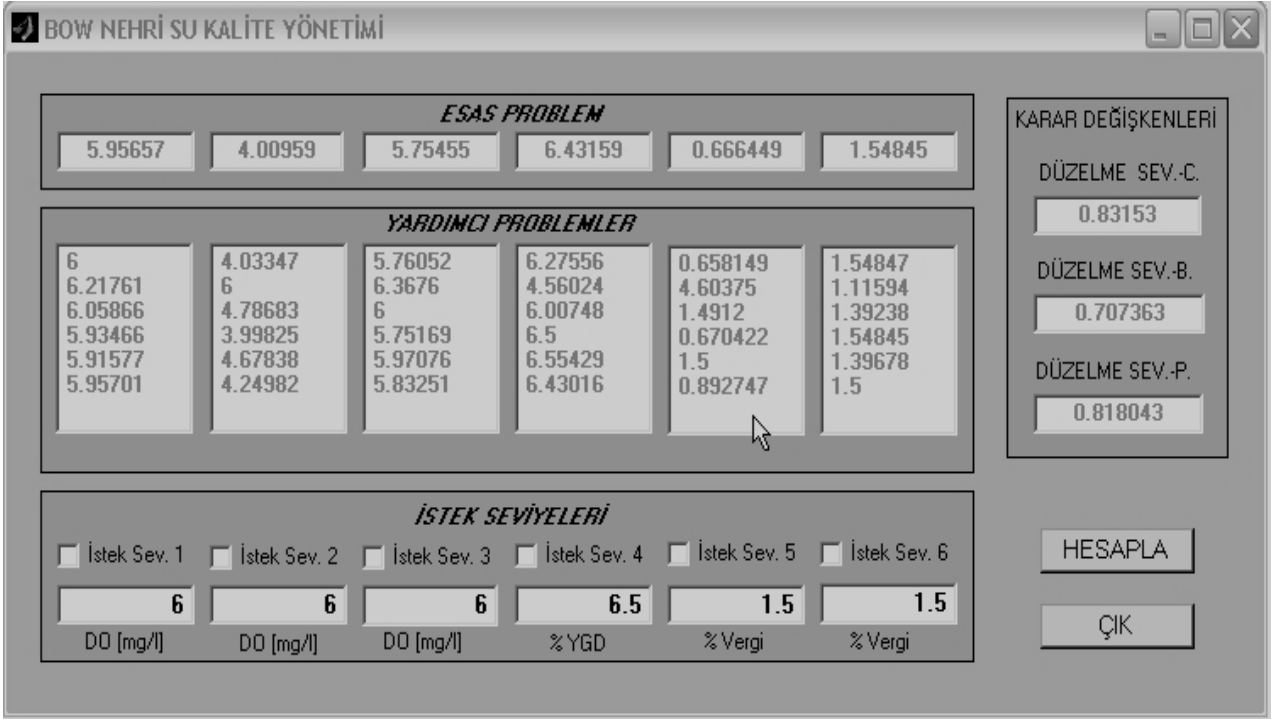
#### Çevrim 2:

Esas Problem:

$$\min \quad s_{2,6} = \sum_{t=1}^5 d_t \quad (37)$$

kısıt:  $x \in X$





Şekil 2. Çevrim 1: Problemin başlangıç sonuçları

$$f_6(x) \leq 1.55$$

Yardımcı Problemler :  $l = 1, 2, \dots, 6$

$$\min s_{2,6l} = \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq l}}^6 d_t \quad (38)$$

kısıt:  $x \in X$

$$f_6(x) \leq 1.55$$

$$f_l(x) \geq \dot{I}S_l \quad (\text{eğer } l = 1, 2, 3 \text{ veya } 4)$$

veya

$$f_l(x) \leq \dot{I}S_l \quad (\text{eğer } l = 5 \text{ veya } 6)$$

Problem yine aynı algoritma ile çözülür ve elde edilen sonuçlar Şekil 3'te görülmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken yardımcı problemler içindeki 6. problem ile esas problem sonuçlarının aynı olduğudur. Bunun nedeni, 6. problemin çözümünün esas problemin çözümünün aynısı olmasıdır. Dolayısıyla yardımcı problemler içinde istek seviyesi sabitlenmiş amacın ilgili satırı yokmuş gibi düşünülebilir. Çözüme giderken diğer sonuçlar dikkate alınmalıdır. Elde edilen sonuçların irdelenmesi ile görülmektedir ki  $f_2$  (4.02541 6 4.78908 3.99019 4.66815 4.00147)

amacının sonuçları, sadece ikinci amacın kısıt olarak kabul edildiği ikinci yardımcı problemin dışında, karar vericinin istek seviyesi 6.0 mg/l seviyesinden oldukça düşüktür. Yardımcı problem 2'nin sonuçlarından, Bowville'deki vergi oranının  $f_5=4.58211$  olduğu görülmektedir.  $f_2 \geq 6$  mg/l olarak seçilmesi durumunda  $f_5$  in ciddi miktarda etkileneceği anlaşılabilir. Bu nedenle Eyalet Parkı'ndaki ÇO seviyesi için belirlenen değer makul bir değere çekilebilir. Bu değer de standartlarda belirtilen doğal hayat için ve su temashlı sporları da içeren eğlence amaçları için uygun olan 5 mg/l olarak seçilebilir. Bu istek seviyesi ikinci amaç için karar verici tarafından benimsenip, bu amacın da kısıt olarak atanmasından sonra bir sonraki çevrime geçilir.

### Çevrim 3:

Esas Problem:

$$\min s_{3,62} = \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq 2}}^5 d_t \quad (39)$$

kısıt:  $x \in X$

$$f_6(x) \leq 1.55$$

$$f_5(x) \leq 5.0$$

Şekil 3. Çevrim 2: Problemden 6. istek seviyesinin kısıt olarak atanması

Yardımcı Problemler :  $l = 1, 2, \dots, 6$

$$\min s_{3,62l} = \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq 2 \\ t \neq l}}^6 d_t \quad (40)$$

kısıt:  $x \in X$

$$f_6(x) \leq 1.55$$

$$f_5(x) \leq 5.0$$

$$f_l(x) \geq \dot{I}S_l \quad (\text{eğer } l = 1, 2, 3 \text{ veya } 4)$$

veya

$$f_l(x) \leq \dot{I}S_l \quad (\text{eğer } l = 5 \text{ veya } 6)$$

3. Çevrimin sonuçları Şekil 4'te görülmektedir. Yardımcı problemlerden 2. ve 6.'sı esas problemin aynı sonuçlarına sahiptir. Çünkü bu yardımcı problemler ile esas problemlerin yapısı ve kısıtları birebir aynıdır. Şekilden  $f_4$  amacının değerinin,  $f_4 \geq 6.5$  kısıt olarak belirlendiği 4. yardımcı problemdeki değeri haricinde oldukça düşük olduğu görülmektedir. Karar verici, P.H. Konserve Fabrikası'nın ekonomik varlığının devamının bütün vadinin ve özellikle Bowville'in refahı için önemli olduğunun farkındadır. P.H. Konserve Fabrikası'nın toplam iş gücü Bowville'de yaşamaktadır.

Karar verici bu durumu dikkate alarak P.H. Konserve Fabrikası için belirlenen %YGD kabul edilebilir bir seviyede belirleyip bunu kısıtlar içine katacaktır. Şeklin incelenmesiyle, Karar verici %YGD olarak 6.0 seviyesini uygun bulur. Bir sonraki çevrime geçilir.

#### Çevrim 4:

Bu çevrimin sonuçları Şekil 5 üzerinde görülmektedir. Sonuçların değerlendirilmesiyle, 5. yardımcı problem için 2. ( $f_2 \geq 5$ ) 4. ( $f_4 \geq 6$ ) ve 5. ( $f_5 \geq 1.5$ ) amaçlar için belirlenen kısıt durumlarının bozulmuş olduğu farkedilmektedir. Bu durumda  $f_5$  için belirlenen istek seviyesi  $\dot{I}S_5$  yeniden belirlenmeli veya önceden sabitlenmiş olan istek seviyeleri ( $\dot{I}S_2 = 5$ ,  $\dot{I}S_4 = 6$ ,  $\dot{I}S_6 = 1.55$ ) yeniden gözden geçirilmelidir.  $\dot{I}S_5$  artırılması bu durum için çok garip olmayacaktır. Bowville, Plympton'a göre vergi olarak zaten bir avantaja sahiptir. Karar verici, Bowville'deki vergi seviyesini yeniden düzenlemeyi öngörür. Şekilde  $f_5$  için elde edilen değerlerin incelenmesi sonucunda  $\dot{I}S_5$  i 1.95 seviyesine yükseltilir ve bir sonraki çevrime geçilir.

**BOW NEHRİ SU KALİTE YÖNETİMİ**

**ESAS PROBLEM**

6.11588	5	6.06446	5.65128	1.76885	1.38067
---------	---	---------	---------	---------	---------

**YARDIMCI PROBLEMLER**

6.09989	5	6.06526	5.76302	1.80064	1.40281
6.11588	5	6.06446	5.65128	1.76885	1.38067
6.11661	5	6.06443	5.64591	1.76738	1.3799
5.93466	5	6.07125	6.5	2.0938	1.31849
6.23702	5	6.05641	4.22662	1.5	1.55
6.11588	5	6.06446	5.65128	1.76885	1.38067

**İSTEK SEVİYELERİ**

İstek Sev. 1  
 İstek Sev. 2  
 İstek Sev. 3  
 İstek Sev. 4  
 İstek Sev. 5  
 İstek Sev. 6

6	5	6	6.5	1.5	1.55
DO [mg/l]	DO [mg/l]	DO [mg/l]	% YGD	% Vergi	% Vergi

**KARAR DEĞİŞKENLERİ**

DÜZELME SEV.-C. 0.901711

DÜZELME SEV.-B. 0.85952

DÜZELME SEV.-P. 0.800637

HESAPLA

ÇIK

Şekil 4. Çevrim 3: İlave olarak 2. istek seviyesinin kısıt olarak atanması

**BOW NEHRİ SU KALİTE YÖNETİMİ**

**ESAS PROBLEM**

6.06007	5	6.06704	6	1.8768	1.33981
---------	---	---------	---	--------	---------

**YARDIMCI PROBLEMLER**

6.06007	5	6.06704	6	1.8768	1.34805
6.06007	5	6.06704	6	1.8768	1.33981
6.06007	5	6.06704	6	1.8768	1.33981
6.06007	5	6.06704	6	1.8768	1.33981
6.09102	4.91112	6.03774	5.82056	1.65122	1.34601
6.06007	5	6.06704	6	1.8768	1.33981

**İSTEK SEVİYELERİ**

İstek Sev. 1  
 İstek Sev. 2  
 İstek Sev. 3  
 İstek Sev. 4  
 İstek Sev. 5  
 İstek Sev. 6

6	5	6	6	1.5	1.55
DO [mg/l]	DO [mg/l]	DO [mg/l]	% YGD	% Vergi	% Vergi

**KARAR DEĞİŞKENLERİ**

DÜZELME SEV.-C. 0.877125

DÜZELME SEV.-B. 0.867266

DÜZELME SEV.-P. 0.795974

HESAPLA

ÇIK

Şekil 5. Çevrim 4: İlave olarak 4. istek seviyesinin kısıt olarak atanması

### Çevrim 5:

Bu çevrimin sonuçları Şekil 6'dan görülebilmektedir. Sonuçların incelenmesi sonucunda 1. ve 3. yardımcı problemin 6. amaç fonksiyonunun sonuçları dışında diğerleri tamamen aynıdır. Farklı olan sonuçlarda birbirlerine yakın olup tatmin edici düzeydedir. Karar verici burada işleme son verip, bu değerleri sonuç değerleri olarak kabul eder. Elde edilen iyileştirme seviyeleri P.H. Konserve Fabrikası için %87.7, Bowville için %86.7 ve Plympton için ise %79.6 olmaktadır. Amaç fonksiyonlarının değerleri ise

$f = (6.06, 5.05, 6.08, 6, 1.95, 1.43)$  dir.

### Sonuçlar

Bu çalışma etkileşimli çok amaçlı karar verme problemlerine güzel bir örnektir. Ele alınan yöntemin etkileşimli olması yani her adımda karar vericinin işin içine katılması, çevrim sonuçlarının değerlendirilmesi esnasında istek seviyelerinin tekrar belirlenmesini gerektirmektedir. Bu da arzu edilen sonuca ulaşmada hız ve esneklik sağlamaktadır. Son çevrim bittiğinde karar verici istediği sonuca ulaşmış demektir.

Yapılan çalışmada, geliştirilen bilgisayar programı kullanıldığı için normalde analist ile karar

verici arasında geçen etkileşim bilgisayarla karar verici arasına taşınmış ve sonuca ulaşma süresi kısalmıştır. Bilgisayarla gerçekleşen etkileşim bir arayüzle oluşmakta ve elde edilen sonuçlar çok daha iyi değerlendirile-bilmektedir. Karar vericinin bir sonraki çevrim için yapması gereken seçimler de bu sayede daha sağlıklı ve hızlı olmaktadır. Bu da, sonuca ulaşırken karar vericiye avantaj sağlamaktadır.

Bu yöntemin kullanılması durumunda amaç fonksiyonlarının değerlerinin alt ve üst sınırları dikkatli seçilmelidir. Aksi takdirde yanlış sonuçlar üretilmektedir. Bu yöntemin en arzu edilmeyen durumu, yardımcı problemlerin çözümü sırasında uygun olmayan kısıt setlerinin bulunmasıdır. Bu gibi durumlarda, uygun istek seviyeleri setinin belirlenmesi rastgele olmaktadır. Ayrıca yardımcı problemlerin çözümü sırasında istek seviyelerinden bir veya birkaçının çelişmeyen yapıda olması durumunda baskın çözüm elde etme ihtimali vardır.

Bu yöntemin avantajları ise şunlardır;

- Nonlineer problemlerin çözümü için kullanılabilir.
- Karar verici, amaçlar için her bir hesaplama çevriminde arzu edilen başarı seviyelerini tekrar değerlendirebilmektedir.

Şekil 6. Çevrim 5: İlave olarak 5. istek seviyesinin kısıt olarak atanması

## Kaynaklar

- Hwang, C. L., Masud, A. S.,(1979). *Multiple Objective Decision Making - Methods and Applications*, Springer-Verlag Berlin, Newyork
- Monarchi, D.E.,(1972). Interactive algorithm for multiple objective decision making, *Technical Reports on Hydrology and Water Resources*, University of Arizona,USA.
- Monarchi, D.E., Kisiel, C.C., Duckstein L, (1973). Interactive multi-objective programming in water resources: A case study, *Water Resources Research* 4,837-850.
- Dorfman, R., Jacoby, H., Duckstein L., (1969). A Model for public decision illustrated by a water pollution policy problem, the analysis and evaluation of public expenditures: The PPS System, *Joint Economic Committee, 91<sup>st</sup> Congress 1<sup>st</sup> session* 226-276.
- Coleman, T., Branch, M.A., Grace A., (1999) Optimization toolbox for use With MATLAB, The MathWorks Inc.